

1. **Dynamik im unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential:** Ein Elektron befindet sich im Grundzustand in einem unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential der **linearen Ausdehnung** a . Plötzlich **ändert sich die Ausdehnung** des Kastenpotentials von a auf $a' = 2a$, und zwar so rasch, dass sich die Wellenfunktion des Elektrons im **ersten Augenblick nicht ändert**.

→ Mit welcher Wahrscheinlichkeit P_n findet man das Elektron bei einer **anschließenden Energiemessung** im **Grundzustand** ($n = 1$), bzw. in den ersten vier **angeregten Zuständen** des

neuen Kastenpotentials. (Lösung: $P_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{\pi - \frac{n\pi}{2}} \right) \sin\left(\pi - \frac{n\pi}{2}\right) - \left(\frac{1}{\pi + \frac{n\pi}{2}} \right) \sin\left(\pi + \frac{n\pi}{2}\right) \right]^2$)

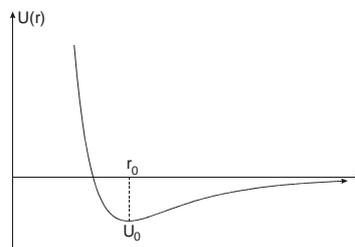
2. **Anwendung des quantenmechanischen Tunneffektes – das Rastertunnelmikroskop:** Man bestimme die **radiale Verteilung des Tunnelstromes** $j(r)$ von der **Oberfläche einer metallischen Probe** zur **Spitze eines Rastertunnelmikroskops**. Aus der Radialverteilung des Tunnelstromes bestimme man weiters die **laterale Auflösung** σ des Tunnelmikroskops. Die **Geometrie der Spitze** entspreche einem **Rotationsparaboloid**, welches durch die Gleichung $z(r) = \frac{r^2}{2R}$ gegeben ist. Der **Radius der Spitzenverrundung** sei $R = 100 \text{ nm}$, die **Austrittsarbeit** des Metalls betrage $W_a = 4 \text{ eV}$. (Lösung: $\sigma = 2,2 \text{ nm}$)

Hinweis: Man verwende die Näherung des Transmissionskoeffizienten für den Tunneffekt für große Argumente von $\sinh(x)$.

3. **Minimalenergie des harmonischen Oszillators:** Man benütze die **Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation** $\Delta X \cdot \Delta P \geq \frac{\hbar}{2}$ und den **Energieerhaltungssatz**, um die **Grundzustandsenergie** eines **harmonischen Oszillators**, bestehend aus einem Teilchen der **Masse** m an einer **Feder** mit der **Federkonstanten** C , zu bestimmen.

(Lösung: $E_{\min} = \frac{\hbar\Omega_0}{2}$)

4. **Näherung realistischer Potentiale mit dem Oszillatorpotential:** Das Bindungspotential einfacher Moleküle und Festkörper kann oft durch das sogenannte **Lennard-Jones Potential** (siehe Abbildung) beschrieben werden. Dieses hat die Form $U(r) = -Ar^{-n} + Br^{-m}$. Der **Abstand** r_0 entspricht der **Bindungslänge**, die **Energie** U_0 der **Bindungsenergie** (siehe Abbildung).



- a) Man berechne die **Konstanten** A und B als Funktionen von r_0 und U_0 .

(Lösung: $A = \frac{U_0 r_0^n}{\frac{n}{m} - 1}$, $B = \frac{U_0 r_0^m}{1 - \frac{m}{n}}$)

- b) Man approximiere in der **Nähe von** r_0 das Lennard-Jones-Potential mit Hilfe eines **Oszillatorpotentials** und gebe die **Federkonstante** C des **Oszillators** an. (Lösung: $C = -\frac{nmU_0}{r_0^2}$)

- c) Für $n = 6$, $m = 12$, die Bindungsenergie $U_0 = -2 \text{ eV}$ und den Bindungsabstand $r_0 = 3 \text{ \AA}$ bestimme man die **Schwingungsfrequenz** f und die **Grundzustandsenergie** E_1 eines **Elektrons** in diesem Oszillatorpotential. Ist die **Oszillatornäherung** in diesem Fall **gerechtfertigt**? (Lösung: $E_1 = 5,5 \text{ eV}$)