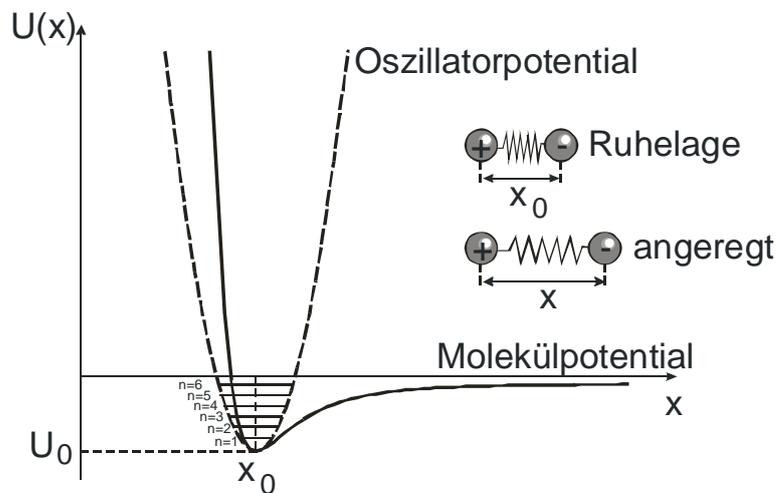


1. **Orthonormale Basisfunktionen im Kastenpotential:** Man zeige, dass die Wellenfunktionen der stationären Zustände im unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential orthonormal sind, d. h.: dass

$$\text{gilt: } \int_0^{\infty} \Psi_n^*(x,t) \Psi_m(x,t) dx = \begin{cases} 1 \text{ für } n = m \\ 0 \text{ für } n \neq m \end{cases}.$$

2. **Auswahlregeln im harmonischen Oszillator:** Ein zweiatomiges Molekül aus zwei unterschiedlichen Atomen kann oft als elektrischer Dipol dargestellt werden, da die Ladungsverteilung nicht symmetrisch ist. Das **Bindungspotential** des Moleküls kann **in der Umgebung der Ruhelage x_0** durch ein **Oszillatorpotential** approximiert werden (siehe Skizze):



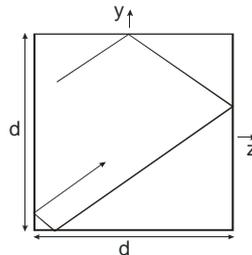
Wird das Molekül durch elektromagnetische Strahlung angeregt, so werden im Molekülspektrum **nur Übergänge mit $\Delta n = \pm 1$** beobachtet. Begründen Sie diese **Auswahlregel** durch die Bildung des **Übergangsdipolintegrals** zwischen zwei Zuständen n und m , $\langle \Psi_n | \mu | \Psi_m \rangle$ (μ ... Dipolmoment).

Benutzen Sie dazu die folgende **Rekursionsbeziehung**, welche für die Hermite-Polynome H_m gilt:
 $2 \cdot x \cdot H_m(x) = H_{m+1}(x) + 2 \cdot m \cdot H_{m-1}(x)$.

Hinweis: Beachten Sie die **Orthonormalität der Eigenfunktionen**. Die **Änderung des Dipolmomentes μ** für kleine Auslenkungen kann als **linear** angenommen werden.

Bitte Seite wenden!

3. **Modendichte:** Ein **zweidimensionaler Spiegelresonator** besteht aus 2 orthogonalen Paaren von ebenen Spiegeln (z. B. ein Paar senkrecht zur z -Achse, das zweite senkrecht zur y -Achse). Infolge von Strahlreflexionen wird Licht somit auf die z/y -Ebene eingegrenzt (siehe Abbildung).



Zeigen Sie, dass die Zahl der Moden pro Flächeneinheit im Frequenzintervall zwischen ν und $\nu + d\nu$ gleich $M(\nu)d\nu$ ist, wobei die **Modendichte** $M(\nu)$ (Moden pro Flächeneinheit pro Einheitsfrequenz) bei der Frequenz ν gegeben ist durch $M(\nu) = \frac{4 \cdot \pi \cdot \nu}{c^2}$. Beachten Sie, dass jede Mode zwei mögliche Polarisationen besitzt.

Hinweis: Orientieren Sie sich an der Berechnung der Modendichte für das Rayleigh Jeans Gesetz.

4. **Linienbreiten:** Spektrallinien von Emissionsspektren haben keine scharfe Frequenz sondern besitzen eine bestimmte **Linienbreite**. Diese kommt durch drei Beiträge zustande: die **natürliche Linienbreite**, gegeben durch die Lebensdauer des Überganges, die **Stoßverbreiterung** bestimmt durch die mittlere Stoßzeit der Gasatome untereinander und die **Dopplerverbreiterung**, bestimmt durch die Geschwindigkeitsverteilung der Gasatome. Wir betrachten den **Übergang bei $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$ in Ne:**

- a) Berechnen Sie die natürliche Linienbreite für die **Übergangslbensdauer $\tau = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ s}$.**
 b) Berechnen Sie die Stoßverbreiterung für **Ne-Atome** bei **Raumtemperatur** und einem Druck von

$p = 0,5 \text{ Torr}$. Die mittlere Stoßzeit sei gegeben durch $\tau_c = \frac{1}{\sigma_s \cdot p} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot m_{\text{He}} \cdot k_B \cdot T}{8}}$. Schätzen Sie den Stoßquerschnitt σ_s geometrisch ab.

- c) Die Dopplerverbreiterung ist gegeben durch $\Delta\nu_D = \sqrt{8 \cdot \ln 2} \cdot \frac{1}{\lambda_0} \cdot \sqrt{\frac{k_B \cdot T}{m}}$. Erklären Sie qualitativ

woher diese Beziehung kommt und berechnen Sie die **Dopplerverbreiterung für He bei Raumtemperatur**. Die gegebene Beziehung gilt nur für den Fall, dass die Natürliche Linienbreite

$$\Delta\nu_N \ll \nu_0 \cdot \frac{\sqrt{(k_B \cdot T)/m}}{c} \text{ ist. Ist diese Bedingung hier erfüllt?}$$

- d) Welcher der obigen Beiträge ist dominant?