

Institut f. Angewandte Physik
UE Grundlagen der Physik III WS 2013/14

6. Übung am 28. 11. 2013

26) Pionisches Atom: Ein einfach negativ geladenes Teilchen der Masse m_π wird durch ein Coulombpotential $V(r) = e^2/4\pi\epsilon_0 r^2$ an ein Proton gebunden (Masse m_p).

Allgemein gilt für die Energien wasserstoffähnlicher Zustände

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{1}{2} \frac{\mu e^4}{(4\pi\epsilon_0 \hbar)^2}$$

wobei μ die reduzierte Masse darstellt und die übrigen Symbole die übliche Bedeutung haben. Ein pionisches Atom emittiert nun ein Photon, dessen Wellenlänge $\lambda = 4.98 \text{ \AA}$ mit dem Übergang zwischen dem ersten angeregten Zustand und dem Grundzustand identifiziert wird. Berechnen Sie hieraus den Wert m_π , ausgedrückt als Vielfaches der Protonenmasse m_p .

Hinweis: Benutzen Sie für die Berechnung die Grundzustandsenergie von Wasserstoff

$$E_H(n=1) = -13.6 \text{ eV}$$

(2 Pkte)

27) Ein harmonischer Oszillator (Teilchenmasse m , Eigen(kreis)frequenz ω_0) hat das Potential:

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$$

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion $\psi_1(x) = A \cdot x \cdot \exp(-\alpha x^2)$ eine Lösung der Schrödinger-Gleichung für dieses Potential ist.

(b) Bestimmen Sie den Wert von α .

(c) Welchen Eigenwert E_1 hat die Energie?

(d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $w(x)$ und stellen Sie diese graphisch dar.

Hinweis:
$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}/2$$

(4 Pkte)

28) Gegeben sei ein Potentialtopf der Form:

I: $V(x) = U_0 \quad -\infty < x < -a/2$

II: $V(x) = 0 \quad -a/2 < x < a/2$

III: $V(x) = U_0 \quad a/2 < x < \infty$

Bestimmen Sie die Energie-Eigenwerte der Schrödinger-Gleichung für diesen Potentialtopf unter der Annahme $0 < E < U_0$. Sie erhalten eine transzendente Gleichung. Lösen Sie diese graphisch bzw. numerisch (z.B. mit MATHEMATICA) für ein Elektron in einem Potentialtopf mit $a = 1 \text{ nm}$ und $U_0 = 5 \text{ eV}$.

Gesucht sind die Lösungen für den Ansatz $\psi_2 = C \cdot \cos(kx)$ im Bereich II.

(4 Pkte)

