Institut f. Angewandte Physik

UE Grundlagen der Physik III WS 2013/14

7. Übung am 5. 12. 2013

29) Streuung eines Elektrons an einem Potentialwall
Gegeben Sei ein Potentialwall der Form:

I:	$V(x) = 0$	$x < 0$
II:	$V(x) = E_0$	$0 \le x \le b$
III:	$V(x) = 0$	$b < x$

Von links falle nun ein Elektronenstrom (in Richtung der positiven x-Achse) ein.
Berechnen Sie die Lösung der Schrödingergleichung für die 3 Bereiche. Versuchen Sie dann allgemein den durch den Potentialwall durchgehenden Anteil des Elektronenstrahls (Transmission T) zu berechnen. Dabei sei die Elektronenenergie $E = 100$ eV , die Höhe des Potentialwalls $U_0 = 50$ eV und seine Breite $b = 1$ Å . Zur Berechnung beachten Sie, dass $T = J_d/J_e$, wobei J_d der durch den Wall hindurchgehende Anteil und J_e der einfallende Elektronenstrom ist. In der Quantenmechanik gilt allgemein für den Strom (Fluss) anstelle von $n \cdot v$

$$J = \frac{i\hbar}{2m}\left(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi\right)$$

Setzen Sie weiters bei der Rechnung $k = \sqrt{2m(E - E_0)/\hbar^2}$ und $k_0 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$
(**4 Pkte**)

30) Streuung eines Elektrons an einem Potentialwall: Fortsetzung
(a) Es liege ein Potentialwall vor (wie in Bsp 29.), dessen Höhe nun $E_0 = 20$ eV ist und somit höher als die Teilchenenergie $E = 10$ eV ist. Berechnen Sie wieder die Transmission T, indem Sie in der vorigen Rechnung k durch ik an geeigneter Stelle ersetzen. Wenn Sie die Zahlenwerte gleich einsetzen wird die Rechnung wesentlich vereinfacht.
(b) Wenn Sie nun $b = 10$ Å setzen, wie groß wird dann die Transmission T ?
(**2 Pkte**)

31) Die nicht normierten zeitabhängigen Wellenfunktionen der stationären Zustände eines Teilchens im unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential lauten

$$\Psi_n(x,t) = C \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp\left(-\mathrm{i}\frac{E_n}{\hbar}t\right) \text{ für } 0 \le x \le a$$

wobei a die lineare Ausdehnung des Kastenpotentiales ist.
(a) Man berechne die Normierungskonstante C
(b) Man berechne die Erwartungswerte $\langle X \rangle$, $\langle P \rangle$ und $\langle P^2 \rangle$ für die normierten Wellenfunktionen.
Interpretieren Sie die Ergebnisse.
Hinweis: Trigonometrische Umformungen sind hilfreich!
Gegebenenfalls Integraltafeln bzw. MATHEMATICA zur Lösung/Überprüfung nutzen.
(**4 Pkte**)