

- 1. Eindringen eines Teilchens in eine Potentialwand:** Ein Teilchen der Masse m und der kinetischen Energie E_{kin} befinde sich in einem eindimensionalen Kastenpotential der Form

$$E_{\text{pot}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ E_0 & \text{sonst} \end{cases}$$

→ Wie groß ist die Eindringtiefe δ des Teilchens in die Potentialwände, bei der die **Aufenthaltswahrscheinlichkeit** auf **50 %** gesunken ist?

→ Man berechne diese Eindringtiefe für

- a) für $E_0 = 100 \text{ eV}$ und ein Elektron mit $E_{\text{kin}} = 10 \text{ eV}$ (Lösung: $\delta = 7,14 \cdot 10^{-12} \text{ m}$)
 b) für $E_0 = 100 \text{ eV}$ und ein Elektron mit $E_{\text{kin}} = 90 \text{ eV}$ (Lösung: $\delta = 2,14 \cdot 10^{-11} \text{ m}$)
 c) für $E_0 = 1 \text{ eV}$ und ein Elektron mit $E_{\text{kin}} = 0,5 \text{ eV}$ (Lösung: $\delta = 9,58 \cdot 10^{-11} \text{ m}$)

- 2. Potentialwall und Tunneleffekt in einer Dimension:** Ein Teilchen der Masse m und der Energie E trifft **von links** auf einen **Potentialwall** der **Höhe** E_0 ($E_0 > E$) und der **Breite** a . Der Anfangspunkt des Walles liege bei $x = 0$.

→ Man berechne den **Reflexionskoeffizienten** R und den **Transmissionskoeffizienten** T der Wellenfunktion.

→ Man zeige, dass $T + R = 1$.

→ Warum können zur Berechnung des Problems ebene Wellen verwendet werden, obwohl **freie Teilchen** eigentlich durch **Wellenpakete** beschrieben werden müssen?

(Lösung: $T = \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{E_0^2}{E(E_0 - E)} \sinh^2 \left(a \cdot \sqrt{\frac{2m(E_0 - E)}{\hbar^2}} \right) + 1 \right)^{-1}$)

Achtung: Dieses Beispiel ist rechnerisch aufwändig und zählt daher **ZWEI KREUZE!**

- 3. Potentialtopf in einer Dimension:** Man zeige, dass für die Reflexion bzw. Transmission eines freien Teilchens der Energie $E > 0$, welches **einen Potentialtopf der Breite a und der Tiefe $-E_0$ von links kommend überquert** (der Anfangspunkt des Topfes liege bei $x = 0$), analoge Beziehungen wie für das

Durchtunneln eines Potentialwalles gelten. (Lösung: $T = \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{E_0^2}{E(E - E_0)} \sin^2 \left(a \cdot \sqrt{\frac{2m(E - E_0)}{\hbar^2}} \right) + 1 \right)^{-1}$)

- 4. Transmission und Reflexion an eindimensionalen Potentialschwellen:** Für eine **eindimensionale Potentialschwelle** der linearen Ausdehnung $a = 5 \text{ nm}$ und der **Höhe** E_0 berechne man für ein **Elektron:**

- a) T und R für $E = 5 \text{ eV}$, $E_0 = 10 \text{ eV}$ (Lösung: $T = 7,9 \cdot 10^{-50}$)
 b) T und R für $E = 20 \text{ eV}$, $E_0 = 10 \text{ eV}$ (Lösung: $T = 0,94$)
 c) T und R für $E = 5 \text{ eV}$, $E_0 = -10 \text{ eV}$ (Lösung: $T = 0,75$)
 d) T und R für $E = 20 \text{ eV}$, $E_0 = -10 \text{ eV}$ (Lösung: $T = 0,91$)