

1. Stationäre Zustände im unendlich hohen Kastenpotential: Für ein unendlich hohes Kastenpotential

der Form $E_{\text{pot}}(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0, a] \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$ berechne man die **Wellenfunktionen und Energien der stationären Zustände**. Welche **laterale Ausdehnung** müsste dieses Potential haben, damit die **Grundzustandsenergie eines Elektrons im Kasten gleich der Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms (13,6 eV)** ist? Was ist der wesentliche Unterschied zwischen den **Energien der stationären Zustände im Kastenpotential** und jenen im **Wasserstoffatom**?

(Lösung: $\Psi_n(x, t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right)$, $a = 1,66 \cdot 10^{-10}$ m)

2. Erwartungswerte im Kastenpotential: Mit Hilfe der **normierten Wellenfunktionen**

$\Psi_n(x, t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right)$ für ein Teilchen im **unendlich hohen Kastenpotential** berechne man die **Erwartungswerte** $\langle X \rangle$, $\langle P \rangle$, $\langle P^2 \rangle$ und $\langle X^2 \rangle$. Man kommentiere die Ergebnisse.

(Lösung: $\langle X \rangle = \frac{a}{2}$, $\langle P \rangle = 0$, $\langle P^2 \rangle = \left(\frac{n\pi\hbar}{a}\right)^2$, $\langle X^2 \rangle = \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{2 \cdot n^2 \cdot \pi^2}$)

3. Rydberg-Atom: Ein Wasserstoffatom befinde sich in einem **Rydberg-Zustand** ($n \gg 1$):

a) Berechnen Sie allgemein die **Grösse des des Rydberg Atoms** in Abhängigkeit von der **Hauptquantenzahl n** und dann numerisch für $n = 100$. (Lösung: $r_{100} = 530$ nm)
Hinweis: Berechnen sie den Radius für die Bahn eines Elektrons für $l = n$ (Circular State)

b) Bei welchem angelegten **elektrischen Feld E** wird das Rydbergatom **ionisiert**? Dazu nehmen sie an dass ein Rydbergzustand mit **Hauptquantenzahl n** dann ionisiert wird wenn der **Sattelpunkt** des durch das elektrische Feld modifizierten **Coulomb-Potentials** gleich der **Bindungsenergie** des Rydberg-Zustandes ist. Berechnen Sie die notwendige Feldstärke für $n = 100$. (Lösung: $E = 321$ V/m)

c) Berechnen Sie allgemein die **Periodendauer** eines Umlaufes in **Abhängigkeit von n** .

d) Berechnen Sie die **Energiedifferenz** zwischen den Zuständen n und $n+1$; bei **welchem n** entspricht diese Energiedifferenz "**Raumtemperatur**" (**300K**), bei welchem n der **Temperatur der kosmischen Hintergrundstrahlung (2,73 K)**? (Lösung: $n_{300K} = 11$, $n_{2,73K} = 49$)

4. Das myonische Atom: Das **Myon** ist ein einfach negativ geladenes Teilchen mit der **Masse $m_\mu = 1,89 \cdot 10^{-28}$ kg**, welches mit einer **Halbwertszeit von etwa $2 \cdot 10^{-6}$ s** in ein Elektron und zwei Neutrinos zerfällt.

a) Man berechne **allgemein** die Bahnradien für ein Atom, bestehend aus einem **Proton und einem Myon**, sowohl unter der Annahme einer **unendlich grossen Protonenmasse**, als auch unter **Berücksichtigung der Myonenmasse**. Wie groß ist das **Verhältnis** der so berechneten Bahnradien?

(Lösung: $\frac{r_{\text{ohne red. Masse}}}{r_{\text{mit red. Masse}}} = 0,898$)

b) Wie groß ist der **erste Bahnradius** dieses Atoms (unter Berücksichtigung der Myonenmasse)? Um wie viel **größer** ist ein **Wasserstoffatom** als das **myonische Atom**? (Lösung: $r_1 = 2,87 \cdot 10^{-13}$ m)

c) Wie oft umkreist das Myon innerhalb seiner **Halbwertszeit** den Kern im **Grundzustand**? (Lösung: $2,4 \cdot 10^{12}$ Mal)