

**1. Zeitabhängige Zustände im Kastenpotential:** Die normierten zeitabhängigen Wellenfunktionen der stationären Zustände eines Teilchens im **unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential** lauten  $\Psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \cdot \exp\left(-i \cdot \frac{E_n}{\hbar} \cdot t\right)$  für  $0 \leq x \leq a$  und 0 sonst ( $a$  ist die **lineare Ausdehnung des Kastenpotentials**).

a) Für die **allgemeine Überlagerung**  $\Psi(x,t) = \alpha \cdot \Psi_1(x,t) + \beta \cdot \Psi_2(x,t)$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  bestimme man die **Anforderung an die komplexen Koeffizienten**  $\alpha$  und  $\beta$ , damit auch der **Summenzustand**  $\Psi(x,t)$  **normiert** ist. (Lösung:  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ )

b) Wie lautet die **Zeitabhängige Aufenthaltswahrscheinlichkeit**  $P(x,t) = \Psi(x,t) \cdot \Psi^*(x,t)$  des Summenzustandes?

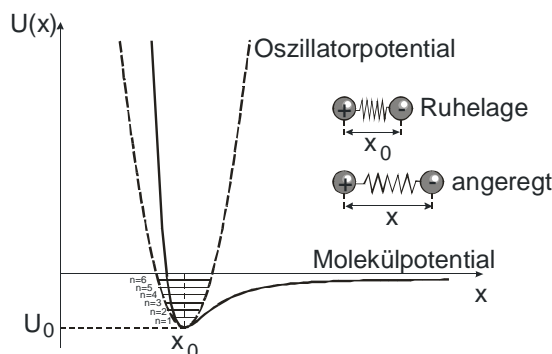
(Lösung:  $P(x,t) = \frac{2}{a} \cdot \left\{ A^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right) + B^2 \cdot \sin^2\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{a}\right) + \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \cdot 2 \cdot A \cdot B \cdot \cos\left(3 \cdot \frac{\hbar \cdot \pi^2}{2 \cdot m \cdot a^2} \cdot t + \kappa\right) \right\}$ )

c) Man **interpretiere** das Ergebnis von (b).

**2. Das eindimensionale, endlich tiefe Kastenpotential:** Man berechne die Energien der stationären Zustände für ein endlich tiefes, eindimensionales Kastenpotential der Form  $E_{\text{pot}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ E_0 & \text{sonst} \end{cases}$ .

Können diese Energien analytisch berechnet werden? (Lösung:  $E_n = \frac{\hbar^2}{2ma^2} \left[ n\pi - 2 \arccot \cot \left( \sqrt{\frac{E_0 - E_n}{E_n}} \right) \right]^2$ )

**3. Auswahlregeln im harmonischen Oszillator:** Ein zweiatomiges Molekül aus zwei unterschiedlichen Atomen kann oft als elektrischer Dipol dargestellt werden, da die Ladungsverteilung nicht symmetrisch ist. Das **Bindungspotential** des Moleküls kann **in der Umgebung der Ruhelage**  $x_0$  durch ein **Oszillatorpotential** approximiert werden (siehe Skizze):



Wird das Molekül durch elektromagnetische Strahlung angeregt, so werden im Molekülspektrum **nur Übergänge mit  $\Delta n = \pm 1$**  beobachtet. Begründen Sie diese **Auswahlregel** durch die Bildung des **Übergangsdipolintegrals** zwischen zwei Zuständen  $n$  und  $m$ ,  $\langle \Psi_n | \mu | \Psi_m \rangle$  ( $\mu \dots$  Dipolmoment). Benutzen Sie dazu die folgende **Rekursionsbeziehung**, welche für die Hermite-Polynome  $H_m$  gilt:  $2 \cdot x \cdot H_m(x) = H_{m+1}(x) + 2 \cdot m \cdot H_{m-1}(x)$ .

Hinweis: Beachten Sie die **Orthonormalität der Eigenfunktionen**. Die **Änderung des Dipolmomentes  $\mu$  für kleine Auslenkungen kann als linear angenommen werden**.

**Bitte Seite wenden!**

**4. Struktur der Atome:** Betrachten sie ein Li Atom, insbesondere seine beiden stabilen **Isotope Li-6** und **Li-7**. **Li-6** hat den **Kernspin  $I = 1$** , **Li-7** hat den Kernspin  **$I = 3/2$** .

a) Beschreiben sie die folgenden Atom-Zustände unter Berücksichtigung aller Quantenzahlen, inklusive des Elektronspin und des Kernspin und zeichnen sie ein **Diagramm** der Zustände.

- den **Grundzustand  $2S$  ( $^2S_{1/2}$ )**
- die **ersten angeregten  $2P$  Zustände ( $^2P_{1/2}$ ,  $^2P_{3/2}$ )**

b) Geben Sie zu diesen Zuständen die folgenden Werte an:

- den **Bahndrehimpuls  $L$**
- den **Gesamtdrehimpuls der Elektronen  $J$**
- den **Gesamtdrehimpuls des Atoms  $F$**
- die **Entartung** (Zeemanzustände,  $m_F$  - Zustände).

Begründen sie die **Werte von  $L$ ,  $J$ , und  $F$** .