

- 1. Zweizustands-System und Superposition:** Blochkugel am Beispiel der Polarisation; ein Photon befindet sich in folgendem Zustand:

$$|\Psi\rangle = \cos(\pi/4)|H\rangle + \sin(\pi/4) \cdot e^{-i\pi/4}|V\rangle$$

- a) Wo auf der Blochkugel befindet sich der Zustand?
- b) Stellen Sie diesen Zustand in der Basis  $|+45\rangle, |-45\rangle$  dar.
- c) Stellen Sie diesen Zustand in der Basis  $|\sigma^+\rangle, |\sigma^-\rangle$  dar.

- 2. Zwei Zweizustands-Systeme – Verschränkung und Superposition:** Die Bell-Zustände

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot [ |0\rangle_1 |0\rangle_2 \pm |1\rangle_1 |1\rangle_2 ]$$

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot [ |1\rangle_1 |0\rangle_2 \pm |0\rangle_1 |1\rangle_2 ]$$

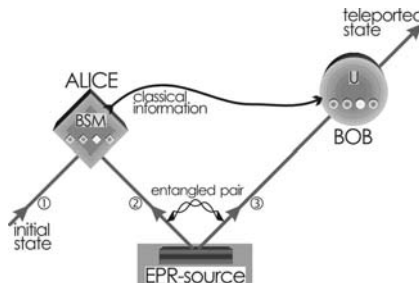
stellen eine **vollständige Basis** der Zustände für die beiden Zweizustands-Systeme dar. Stellen sie folgende Zustände in der Basis der Bellzustände dar:

$$|0\rangle_1 |0\rangle_2, |1\rangle_1 |1\rangle_2, |1\rangle_1 |0\rangle_2, |0\rangle_1 |1\rangle_2$$

$$\frac{1}{2} \cdot |0\rangle_1 |0\rangle_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot |1\rangle_1 |1\rangle_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot |0\rangle_1 |1\rangle_2 - \frac{1}{2} \cdot |1\rangle_1 |0\rangle_2$$

- 3. Zwei Zweizustands-Systeme – Quantenteleportation:** Alice hat einen **unbekannten** Quantenzustand  $|\phi\rangle_1 = \alpha|0\rangle_1 + \beta|1\rangle_1$ , den sie Bob schicken möchte, aber keinen **direkten** Quanten-Link zu Bob.



- a) warum kann Alice den Zustand nicht über einen klassischen Kommunikationskanal schicken?

Alice und Bob besorgen sich als Quantenressource einen **verschränkten Zustand**. Teilchen (2) geht an Alice, Teilchen (3) an Bob.

$$|\Phi^+\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_2 |0\rangle_3 + |1\rangle_2 |1\rangle_3)$$

Alice misst nun die beiden Quantenzustände (1) und (2) in der Bell-Basis der beiden Zweizustands-systeme, und teilt Bob das Ergebnis ( $|\Phi^+\rangle_{12}$  oder  $|\Phi^-\rangle_{12}$  oder  $|\Psi^+\rangle_{12}$  oder  $|\Psi^-\rangle_{12}$ ) über einen klassischen Kommunikationskanal mit.

- b) welche Operationen muss Bob an seinem Quantenzustand (3) ausführen, damit er den unbekanntem Quantenzustand (1) herstellen kann?
- c) was ist mit dem ursprünglichen Zustand (1) passiert?

*Hinweis:* Der Vorschlag zum obigen Beispiel befindet sich in: Ch. Bennet et al. PRL 70, 1895 (1993), das zugehörige Experiment wird in N. Bouwmeester et al. Nature 390, 575 (1997) beschrieben.

**Bitte Seite wenden!**

**4. Compton-Effekt:** Man berechne

a) die **Änderung der Wellenlänge**  $\lambda$  eines an einem **ruhenden Elektron** unter dem **Winkel**  $\varphi$

gestreuten **Photons**, (Lösung:  $\lambda_s - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0c} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ )

b) den Betrag der **Geschwindigkeit**  $v$  des Elektrons **nach der Streuung**.

(Lösung:  $v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left[1 + \frac{2h^2 v_0 v_s}{m_0^2 c^4} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right]^2}}$ )

**5. Verschränkung:** Welche der fünf im Folgenden gegebenen Zustände ist verschränkt. Begründen Sie Ihre Antwort:

$\Psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left( |01\rangle + e^{-\frac{i\pi}{4}} |10\rangle \right)$   ja  nein

$\Psi_b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|1\rangle - i|0\rangle) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|1\rangle + |0\rangle)$   ja  nein

$\Psi_c = \left[ \frac{1}{2} |11\rangle + \frac{1}{2} |01\rangle + \frac{1}{2} |10\rangle + \frac{1}{2} |00\rangle \right]$   ja  nein

$\Psi_d = \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} |00\rangle - \frac{1}{2} \cdot e^{i\frac{3\pi}{4}} |10\rangle \right]$   ja  nein

$\Psi_e = \left[ \frac{1}{2} |11\rangle + \frac{1}{2} |01\rangle - \frac{1}{2} |10\rangle + \frac{1}{2} |00\rangle \right]$   ja  nein

**6. No Cloning - Kopieren eines Quantenzustandes**  $|\Psi\rangle_s = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  **in einem Zwei-Zustandssystem:**

Der obige Zustand soll auf einen Targetzustand  $|0\rangle_T$  (der ohne Einschränkung der Allgemeinheit halber als Zustand  $|0\rangle_T$  präpariert wird) kopiert werden:

$|\Psi\rangle_s |0\rangle_T = (\alpha|0\rangle_s + \beta|1\rangle_s) (\alpha|0\rangle_T + \beta|1\rangle_T)$

Gehen sie von folgender 'Kopier-Operation' für die Basiszustände des Zwei-Zustandssystem (Bit) aus:

$U|0\rangle_s |0\rangle_T \rightarrow |0\rangle_s |0\rangle_T$

$U|1\rangle_s |0\rangle_T \rightarrow |1\rangle_s |1\rangle_T$

a) Untersuchen die ob der **allgemeine Zustand**  $|\Psi\rangle_s = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  auch kopiert werden kann.

b) Diskutieren sie den Zustand den die oben vorgeschlagen 'Kopier-Operation' erzeugt

c) Diskutieren sie die Konsequenzen für **Datenübertragung** oder **Messung**.