

6. Übung am 26. 11. 2015

24) Streuung eines Elektrons an einem Potentialwall

Gegeben Sei ein Potentialwall der Form:

$$\text{I: } V(x) = 0 \quad x < 0$$

$$\text{II: } V(x) = E_0 \quad 0 \leq x \leq b$$

$$\text{III: } V(x) = 0 \quad b < x$$

Von links falle nun ein Elektronenstrom (in Richtung der positiven x-Achse) ein.

Berechnen Sie die Lösung der Schrödingergleichung für die 3 Bereiche. Versuchen Sie dann allgemein den durch den Potentialwall durchgehenden Anteil des Elektronenstrahls (Transmission T) zu berechnen. Dabei sei die Elektronenenergie $E = 100 \text{ eV}$, die Höhe des Potentialwalls $U_0 = 50 \text{ eV}$ und seine Breite $b = 1 \text{ \AA}$. Zur Berechnung beachten Sie, dass $T = J_d/J_e$, wobei J_d der durch den Wall hindurchgehende Anteil und J_e der einfallende Elektronenstrom ist. In der Quantenmechanik gilt allgemein für den Strom (Fluss) anstelle von $n \cdot v$

$$J = \frac{i\hbar}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi)$$

Setzen Sie weiters bei der Rechnung $k = \sqrt{2m(E - E_0)/\hbar^2}$ und $k_0 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$

(4 Pkte)

25) Streuung eines Elektrons an einem Potentialwall: Fortsetzung

(a) Es liege ein Potentialwall vor (wie in Bsp 24.), dessen Höhe nun $E_0 = 20 \text{ eV}$ ist und somit höher als die Teilchenenergie $E = 10 \text{ eV}$ ist. Berechnen Sie wieder die Transmission T, indem Sie in der vorigen Rechnung k durch ik an geeigneter Stelle ersetzen. Wenn Sie die Zahlenwerte gleich einsetzen wird die Rechnung wesentlich vereinfacht.

(b) Wenn Sie nun $b = 10 \text{ \AA}$ setzen, wie groß wird dann die Transmission T ?

(2 Pkte)

26) Streuung an einer Potentialschwelle:

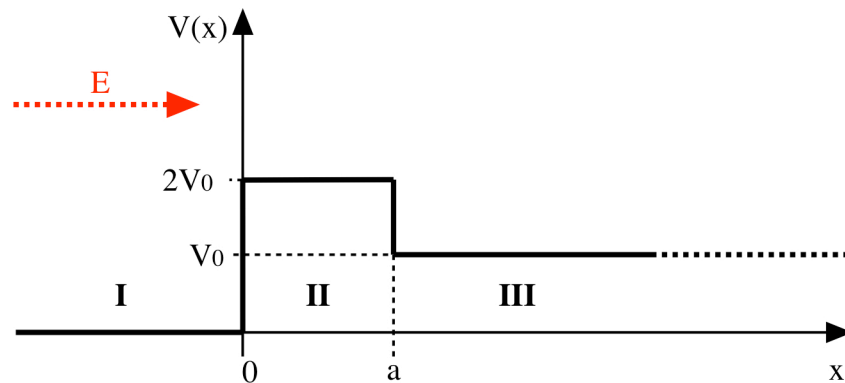
Gegeben sei eine Potentialverteilung in den drei Bereichen I, II, und III der Form

I: $V(x) = 0 \quad x < 0$

II: $V(x) = 2V_0 \quad 0 < x < a$

III: $V(x) = V_0 \quad a < x$

Ein Strom von Teilchen der Masse m und der Energie $E = 3V_0 > 0$ falle in positiver x -Richtung laufend auf diese Potentialschwelle ein.



a) Leiten Sie aus der zeitunabhängigen Schrödingergleichung die Wellenfunktionen in den 3 angegebenen Bereichen unter Verwendung der Abkürzung $k = \sqrt{2mV_0/\hbar^2}$ ab, wobei sie die Amplituden der Wellenfunktionen noch in allgemeiner Form angeben können.

b) Zeigen Sie, dass bei beliebigen Werten der Größe $V_0 a^2$ der Transmissionskoeffizient T zwischen $T_{\min} = \frac{4}{25}(7\sqrt{6} - 12) \approx 0.8234$ und $T_{\max} = 20\sqrt{6} - 48 \approx 0.9898$ liegt.

(5 Pkte)