Institut f. Angewandte Physik

UE Grundlagen der Physik III WS 2015/16

7. Übung am 03. 12. 2015

27) Ein harmonischer Oszillator (Teilchenmasse m, Eigen(kreis)frequenz ω_0 hat das Potential:

$$V(x) = \frac{1}{2} m\omega_0^2 x^2$$

Die Wellenfunktionen $\psi_0(x) = A_0 \cdot \exp\left(-\alpha x^2\right)$ und $\psi_1(x) = A_1 \cdot x \cdot \exp\left(-\alpha x^2\right)$ sind Lösungen der Schrödinger-Gleichung für dieses Potential. Nun liege aber ein modifiziertes Potential der Form

$V(x) = \infty$ für x<0 und $V(x) = \frac{1}{2} m\omega_0^2 x^2$ für x≥0 vor.

(a) Sind diese Wellenfunktionen auch Lösungen dieser neuen Potentialform?
(b) Bestimmen Sie den Wert von α.
(c) Welchen Eigenwert E hat die Energie?
(d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte w(x) allgemein und stellen sie diese graphisch für $m\omega_0 / \hbar = 1$ dar.
(e) Berechnen sie den Erwartungswert des Ortsoperators <x>

Hinweis: $\int_0^{+\infty} e^{-bx^2} dx = \sqrt{\pi} / 2b^{1/2}$ $\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-bx^2} dx = 1 / 2b$

und $\int_0^{+\infty} x^2 \cdot e^{-bx^2} dx = \sqrt{\pi} / 4b^{3/2}$ $\int_0^{+\infty} x^3 \cdot e^{-bx^2} dx = 1 / 2b^2$

(3 Pkte)

28) Wenden Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung auf ein Teilchen in einem unendlich hohen eindimensionalen Potentialkasten an. Es sei

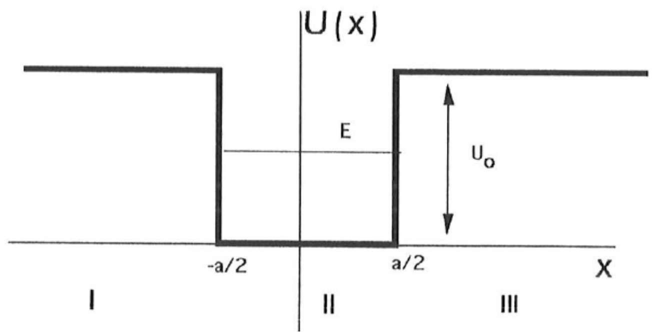
I: V(x) = +∞ x < -a/2
II: V(x) = -V_0 -a/2 ≤ x ≤ a/2
III: V(x) = +∞ a/2 < x

a) Bestimmen sie die Wellenfunktionen in allen 3 Bereichen.
b) Bestimmen sie die normierten Wellenfunktionen der gebundenen Zustände ψ_n.
c) Bestimmen Sie die Energie-Eigenwerte E_n im Potentialkasten.
(2 Pkte)

29) Gegeben sei ein Potentialtopf der Form:

I:	$V(x) = U_0$	$-\infty < x < -a/2$
II:	$V(x) = 0$	$-a/2 \leq x \leq a/2$
III:	$V(x) = U_0$	$a/2 < x < \infty$

Bestimmen Sie die Energie-Eigenwerte der Schrödinger-Gleichung für diesen Potentialtopf unter der Annahme $0 < E < U_0$. Sie erhalten eine transzendente Gleichung. Lösen Sie diese graphisch bzw. numerisch (z,B. mit MATHEMATICA) für ein Elektron in einem Potentialtopf mit a = 1 nm und U_0 = 5 eV.
Gesucht sind die Lösungen für den Ansatz $\psi_2 = C \cdot \cos(kx)$ im Bereich II.



(**4 Pkte**)

30) Pionisches Atom: Ein einfach negativ geladenes Teichen der Masse m_π wird durch ein Coulombpotential $V(r) = e^2/4\pi\varepsilon_0 r^2$ an ein Proton gebunden (Masse m_p).
Allgemein gilt für die Energien wasserstoffähnlicher Zustände

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{1}{2}\frac{\mu e^4}{(4\pi\varepsilon_0\hbar)^2}$$

wobei μ die reduzierte Masse darstellt und die übrigen Symbole die übliche Bedeutung haben.
Ein pionisches Atom emittiert nun ein Photon, dessen Wellenlänge λ = 4.98 Å mit dem Übergang zwischen dem ersten angeregten Zustand und dem Grundzustand identifiziert wird. Berechnen Sie hieraus den Wert m_π, ausgedrückt als Vielfaches der Protonenmasse m_p.
Hinweis: Benutzen Sie für die Berechnung die Grundzustandsenergie von Wasserstoff

$$E_H(n=1) = -13.6eV$$

(**2 Pkte**)