Institut f. Angewandte Physik

UE Grundlagen der Physik III WS 2015/16

8. Übung am 10. 12. 2015

31) Die nicht normierten zeitabhängigen Wellenfunktionen der stationären Zustände eines Teilchens im unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential lauten

$$\Psi_n(x,t) = C\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)\exp\left(-\mathrm{i}\frac{E_n}{\hbar}t\right) \text{ für } 0 \le x \le a$$

wobei a die lineare Ausdehnung des Kastenpotentiales ist.

(a) Man berechne die Normierungskonstante C

(b) Man berechne die Erwartungswerte $\langle X\rangle$, $\langle P\rangle$ und $\langle P^2\rangle$ für die normierten Wellenfunktionen. Interpretieren Sie die Ergebnisse.

Hinweis: Nehmen Sie gegebenenfalls Integraltafeln bzw. MATHEMATICA zur Lösung der unbestimmten Integrale zu Hilfe. Geeignete trigonometrische Umformungen erleichtern das Integrieren ebenfalls!

(3 Pkte)

32) Orts- und Impulsunschärfe eines Gauß-glockenförmigen Wellenpaketes:

Ein freies Teilchen kann als Gauß-glockenförmiges Wellenpaket dargestellt werden. Die Wellenfunktion als Funktion des Ortes x zum Zeitpunkt t = 0 lautet:

$$\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2\pi}\delta_0}}\exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{4\delta_0^2} + \frac{i}{\hbar}p_0 x\right)$$

a) Man zeige, dass zum Zeitpunkt t = 0 für die Ortsunschärfe $(\Delta X)_0 = \sqrt{\langle X^2\rangle_0 - \langle X\rangle_0^2}$ gilt: $(\Delta X)_0 = \delta_0$.

b) Man zeige, dass zum Zeitpunkt t = 0 für die Impulsunschärfe $(\Delta P)_0 = \sqrt{\langle P^2\rangle_0 - \langle P\rangle_0^2}$ gilt: $(\Delta P)_0 = \frac{\hbar}{2\delta_0}$.

Hinweis zu **a)** *und* **b)**: $\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-x^2)\mathrm{d}x = \sqrt{\pi}$ *und* $\int_{-\infty}^{\infty} x^2\exp(-x^2)\mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

(4 Pkte)