

Institut f. Angewandte Physik
UE Grundlagen der Physik III WS 2015/16

9. Übung am 17. 12. 2015

33) Wasserstoffatom

a) Berechnen Sie mit Hilfe der Schrödinger-Gleichung die Wellenfunktion und die Energie für den Grundzustand des Wasserstoffatoms (1s-Zustand) unter der Annahme, dass $\psi(r)$ Kugelsymmetrie hat.

Dann wird :

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d\psi}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(r)) \cdot \psi = 0$$

wobei gilt:

$$V(r) = -\frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r}$$

b) Normieren Sie die Lösung

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit W das Elektron außerhalb des Bohrradius a_0 , d.h. im Bereich $r > a_0$, zu finden.

Integrationsstrick: $\int r^n e^{-\beta r} dr = (-\partial/\partial\beta)^n \int e^{-\beta r} dr = (-\partial/\partial\beta)^n (-e^{-\beta r}/\beta)$

(2 Pkte)

34) Wasserstoffatom:

Berechnen Sie den Erwartungswert der Gesamtenergie

$$\langle H \rangle = \left\langle -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right\rangle$$

des 3s und des 2p Zustandes und ermitteln Sie daraus die Wellenlänge des emittierten Lichtes beim Übergang zwischen diesen beiden Zuständen. Verwenden Sie dazu die in Demtröder III Tab 4.2, 5.1 und 5.2 gegebenen Funktionen.

(Es gilt: $\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \cdot x^n \cdot dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$)

(2 Pkte)

35) Wasserstoffatom:

Wo liegt das Maximum der radialen Wahrscheinlichkeitsdichte bei Wasserstoff im Quantenzustand 3p?

(2 Pkte)

36) Wasserstoffatom:

Berechnen sie den Mittelwert der z-Komponente des Drehimpulses beim Wasserstoffatom im Quantenzustand $n=2$, $\ell=1$, $m=+1$.

$$\int \sin^3 ax \cdot dx = -\frac{1}{a} \cos ax + \frac{1}{3a} \cos^3 ax$$

$$\int x^4 e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^5} (24 - 24ax + 12a^2 x^2 - 4a^3 x^3 + a^4 x^4)$$

(1 Pkte)

37) Normaler Zeeman-Effekt (ohne Berücksichtigung des Spins!)

In einem äußeren Magnetfeld werden atomaren Energieniveaus durch den Zeeman-Effekt verschoben.

- Optische Dipol-Übergänge zwischen den Energieniveaus sind nur dann erlaubt, wenn die Auswahlregeln $\Delta\ell = \pm 1$ und $\Delta m_\ell = 0, \pm 1$ erfüllt sind. Wie lauten die möglichen Übergänge zwischen der $n = 2$ und der $n = 1$ Schale des Wasserstoffatoms?
- Was wird bei einer spektroskopischen Messung dieser Übergänge beobachtet, wenn die Stärke des Magnetfeldes erhöht wird? Illustrieren Sie ihr Ergebnis.
- Berechnen Sie die Zeeman-Aufspaltung (Einfluss auf Wellenlänge) der Spektrallinien in einem Magnetfeld von
 - $B = 10$ T.
 - $B = 10^{-4}$ T (dem Erdmagnetfeld).

(2 Pkte)

38) Wasserstoffatom: Spin-Bahn-Kopplung, Feinstruktur

Im Bohrschen Atommodell hatten wir ein sehr einfaches Termschema der Energieniveaus, da die Energien nur von der Hauptquantenzahl n abhingen. Unter Verwendung der Quantentheorie spalten die Energieniveaus auf und zeigen eine Feinstruktur.

- Stellen Sie eine Tabelle der möglichen Zustände für $n=1$, 2 und 3 auf.
- Berechnen sie die Verschiebung der Energieniveaus für $n=1$, 2 und 3 und zeichnen sie sie schematisch in ein Termschema ein (vergleicht mit E_n ohne Korrekturterme). Welche Zustände sind noch immer entartet?
- Wie viele erlaubte elektrische Dipolübergänge gibt es für die Balmer-Alpha-Linie?

(2 Pkte)