1. Zwei Zweizustands-Systeme – Verschränkung und Superposition:

Die Bell-Zustände

$$\left|\Phi^{\pm}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[\left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 \pm \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2\right]$$

$$\left|\Psi^{\pm}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[\left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 \pm \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2\right]$$

stellen eine **vollständige Basis** der Zustände für die beiden Zweizustands-Systeme dar. Stellen sie folgende Zustände in der Basis der Bellzustände dar:

$$\left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2, \quad \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2, \quad \left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2, \quad \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2 - \frac{1}{2} \cdot \left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2$$

2. Verschränkung:

Welche der fünf im Folgenden gegebenen Zustände ist verschränkt. Begründen Sie Ihre Antwort:

$\Psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|01\right\rangle + e^{-\frac{i\cdot\pi}{4}} \left|10\right\rangle\right)$	☐ ja	☐ nein
$\Psi_b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|1\right\rangle - i\left|0\right\rangle\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|1\right\rangle + \left|0\right\rangle\right)$	☐ ja	☐ nein
$\Psi_c = \left[\frac{1}{2}\left|11\right\rangle + \frac{1}{2}\left|01\right\rangle + \frac{1}{2}\left|10\right\rangle + \frac{1}{2}\left|00\right\rangle\right]$	☐ ja	☐ nein
$\Psi_d = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\left|00\right\rangle - \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{i\cdot 3\pi}{4}}\left|10\right\rangle\right]$	☐ ja	☐ nein
$\Psi_e = \left[\frac{1}{2}\left|11\right\rangle + \frac{1}{2}\left|01\right\rangle - \frac{1}{2}\left|10\right\rangle + \frac{1}{2}\left|00\right\rangle\right]$	☐ ja	☐ nein

Bitte Seite wenden!

3. **Materiewellen**: Man bestimme die **De-Broglie-Wellenlänge** von

a) einem **Elektron** mit der kinetischen Energie $\boldsymbol{E_{kin}}$ **= 1 eV**, *(Lösung:* λ = 1,23 nm*)*
b) einem **Elektron** mit der kinetischen Energie $\boldsymbol{E_{kin}}$ **= 100 keV**, *(Lösung:* λ = 0,0037 nm*)*
c) einem $\mathbf{C_{60}}$**-Molekül** mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ **= 10 cms**$^{\mathbf{-1}}$, *(Lösung:* λ = 5,52 nm*)*
d) einem Molekül der Verbindung $\mathbf{C_{48}H_{24}F_{51}P}$ mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ **=** $\mathbf{10^3}$ **ms**$^{\mathbf{-1}}$.
(Lösung: $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-13}$ m*)*
d) einem **Auto** mit **2000 kg** Masse, welches sich mit **60 kmh**$^{\mathbf{-1}}$ bewegt. *(Lösung:* $\lambda = 1{,}99 \cdot 10^{-38}$ m*)*
f) Wie schnell muß dich ein Mensch ($\boldsymbol{m}$ **= 80 kg**) bewegen, damit seine Materiewellenlänge der **Planck-Länge** entspricht? *(Lösung:* v = 0,51 m/s*)*

4. **Gauß-glockenförmiges Wellenpaket:** Ein freies Teilchen kann als Wellenpaket in Form einer Gaußschen Glockenkurve dargestellt werden. Die Wellenfunktion zum Zeitpunkt $t = 0$, $\psi(x, 0)$, für ein solches Wellenpaket lautet: $\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2\pi}\delta_0}} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{4\delta_0^2} + \frac{i}{\hbar} p_0 x \right)$. Dabei sind $\boldsymbol{x_0}$ und $\boldsymbol{p_0}$ Anfangsort und -impuls des Teilchens.

a) Man berechne die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\Psi(x,0)|^2$.

b) Man zeige, dass $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,0)|^2 \mathrm{d}x = 1$.

c) Man zeige, dass $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x,0) x \Psi(x,0) \mathrm{d}x = \langle \Psi | \hat{x} | \Psi \rangle = x_0$. Diese Beziehung ist der E**rwartungswert** $\langle x \rangle$ **des Ortes** für das Teilchen.