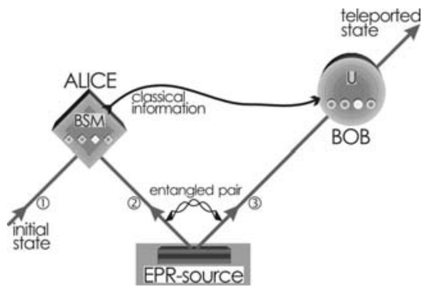
1. **Zwei Zweizustands-Systeme – Quantenteleportation:** Alice hat einen **unbekannten** Quantenzustand $|\phi\rangle_1 = \alpha\,|0\rangle_1 + \beta\,|1\rangle_1$, den sie Bob schicken möchte, aber keinen **direkten** Quanten-Link zu Bob.



a) warum kann Alice den Zustand nicht über einen klassischen Kommunikationskanal schicken?

Alice und Bob besorgen sich als Quantenressource einen **verschränkten Zustand**. Teilchen *(2)* geht an Alice, Teilchen *(3)* an Bob.

$$|\Phi^+\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_2\,|0\rangle_3 + |1\rangle_2\,|1\rangle_3\right)$$

Alice misst nun die beiden Quantenzustände *(1)* und *(2)* in der Bell-Basis der beiden Zweizustands-systeme, und teilt Bob das Ergebnis ($|\Phi^+\rangle_{12}$ oder $|\Phi^-\rangle_{12}$ oder $|\Psi^+\rangle_{12}$ oder $|\Psi^-\rangle_{12}$) über einen klassischen Kommunikationskanal mit.

b) welche Operationen muss Bob an seinem Quantenzustand *(3)* ausführen, damit er den unbekannten Quantenzustand *(1)* herstellen kann?
c) was ist mit dem ursprünglichen Zustand *(1)* passiert?

Hinweis: Der Vorschlag zum obigen Beispiel befindet sich in: Ch. Bennet et al. PRL 70, 1895 (1993), das zugehörige Experiment wird in N. Bouwmeester et al. Nature 390, 575 (1997) beschrieben.

2. **No Cloning - Kopieren eines Quantenzustandes $|\Psi\rangle_S = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ in einem Zwei-Zustandssystem:**
Der obige Zustand soll auf einen Targetzustand $|\varphi\rangle_T$ (der ohne Einschränkung der Allgemeinheit halber als Zustand $|0\rangle_T$ präpariert wird) kopiert werden:

$$|\Psi\rangle_S|0\rangle_T = \left(\alpha|0\rangle_S + \beta|1\rangle_S\right)\left(\alpha|0\rangle_T + \beta|1\rangle_T\right)$$

Gehen sie von folgender 'Kopier-Operation' für die Basiszustände des Zwei-Zustandssystem (Bit) aus:

$U|0\rangle_S|0\rangle_T \rightarrow |0\rangle_S|0\rangle_T$

$U|1\rangle_S|0\rangle_T \rightarrow |1\rangle_S|1\rangle_T$

a) Untersuchen die ob der **allgemeine Zustand** $|\Psi\rangle_S = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ auch kopiert werden kann.
b) Diskutieren sie den Zustand den die oben vorgeschlagen 'Kopier-Operation' erzeugt
c) Diskutieren sie die Konsequenzen für **Datenübertragung** oder **Messung**.

Bitte Seite wenden!

3. **Materiewellen, Phasengeschwindigkeit und Gruppengeschwindigkeit:** Man bestimme

a) die **Phasengeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_{\mathbf{Ph}}$** einer ebenen Materiewelle, *(Lösung: $v_{\mathrm{Ph}} = \dfrac{\hbar k}{2m}$)*

b) die **Gruppengeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_{\mathbf{g}}$** eines Materiewellenpaketes. *(Lösung: $v_{\mathrm{g}} = \dfrac{\hbar k}{m}$)*

c) Wie hängen die Phasengeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_{\mathbf{Ph}}$, die Gruppengeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_{\mathbf{g}}$ und die Teilchengeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_{\mathbf{T}}$ für ein Teilchen mit **gegebenem Impuls $\boldsymbol{p}$** und **gegebener kinetischer Energie $\boldsymbol{E}_{\mathbf{kin}}$** zusammen? *(Lösung: $v_{\mathrm{g}} = 2v_{\mathrm{Ph}} = v_{\mathrm{T}}$)*

4. **Beugung von Materiewellen:** Elektronen der **kinetischen Energie $\boldsymbol{E}_{\mathbf{kin}}$** treffen auf einen **Spalt** der **Breite $\boldsymbol{b}$**:

a) Man berechne die größtmögliche **Spaltbreite $\boldsymbol{b}$**, bei der auf einem **Schirm** im **Abstand $\boldsymbol{D}$** die **volle Fußpunktsbreite $\boldsymbol{B}$** des **zentralen Beugungsmaximums außerhalb der Projektion des Spaltes** abgebildet wird. *(Lösung: $b_{\max} = \sqrt{\dfrac{2Dh}{\sqrt{2m_{\mathrm{e}}E_{\mathrm{kin}}}}}$)*

b) Wie groß ist die **volle Fußpunktsbreite** für das berechnete $\boldsymbol{b}$ für **$\boldsymbol{D}$ = 80 cm** und **$\boldsymbol{E}_{\mathbf{kin}}$ = 0,9 keV**. *(Lösung: $b_{\max}$ = 8,09 µm)*

Hinweis: Volle Fußpunktsbreite: Distanz zwischen erstem linken und erstem rechten Beugungsminimum. Man gehe davon aus, dass das erste Beugungsminimum bei einem kleinen Winkel α erscheint.