1. **Zwei Zweizustands-Systeme – Verschränkung und Superposition:** Die Bell-Zustände

$$\left|\Phi^{\pm}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[\left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 \pm \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2\right]$$
$$\left|\Psi^{\pm}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[\left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 \pm \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2\right]$$

stellen eine **vollständige Basis** der Zustände für die beiden Zweizustands-Systeme dar. Stellen sie folgende Zustände in der Basis der Bellzustände dar:

$$\left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2, \quad \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2, \quad \left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2, \quad \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2$$
$$\frac{1}{2} \cdot \left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2 - \frac{1}{2} \cdot \left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2$$

2. **Verschränkung:** Welche der fünf im Folgenden gegebenen Zustände ist verschränkt. Begründen Sie Ihre Antwort:

$$\Psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|01\right\rangle + e^{-\frac{i\cdot\pi}{4}}\left|10\right\rangle\right)$$ ☐ ja ☐ nein

$$\Psi_b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|1\right\rangle - i\left|0\right\rangle\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|1\right\rangle + \left|0\right\rangle\right)$$ ☐ ja ☐ nein

$$\Psi_c = \left[\frac{1}{2}\left|11\right\rangle + \frac{1}{2}\left|01\right\rangle + \frac{1}{2}\left|10\right\rangle + \frac{1}{2}\left|00\right\rangle\right]$$ ☐ ja ☐ nein

$$\Psi_d = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\left|00\right\rangle - \frac{1}{2} \cdot e^{i\cdot\frac{3\pi}{4}}\left|10\right\rangle\right]$$ ☐ ja ☐ nein

$$\Psi_e = \left[\frac{1}{2}\left|11\right\rangle + \frac{1}{2}\left|01\right\rangle - \frac{1}{2}\left|10\right\rangle + \frac{1}{2}\left|00\right\rangle\right]$$ ☐ ja ☐ nein

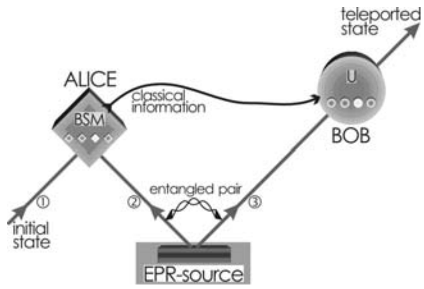
Hinweis: Man informiere sich über die sogenannte Schmidt-Zerlegung

3. **Materiewellen**: Man bestimme die **De-Broglie-Wellenlänge** von

a) einem **Elektron** mit der kinetischen Energie $\boldsymbol{E_{kin}}$ **= 1 eV**, *(Lösung:* λ = 1,23 nm*)*
b) einem **Elektron** mit der kinetischen Energie $\boldsymbol{E_{kin}}$ **= 100 keV**, *(Lösung:* λ = 0,0037 nm*)*
c) einem $\mathbf{C_{60}}$**-Molekül** mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ **= 10 cms^{-1}**, *(Lösung:* λ = 5,52 nm*)*
d) einem Molekül der Verbindung $\mathbf{C_{48}H_{24}F_{51}P}$ mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ **= 10^{3} ms^{-1}**. *(Lösung:* $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-13}$ m*)*
e) einem **Auto** mit **2000 kg** Masse, welches sich mit **60 kmh^{-1}** bewegt. *(Lösung:* $\lambda = 1{,}99 \cdot 10^{-38}$ m*)*
f) Wie schnell muß dich ein Mensch (***m* = 80 kg**) bewegen, damit seine Materiewellenlänge der **Planck-Länge** entspricht? *(Lösung:* v = 0,51 m/s*)*

Bitte Seite wenden!

4. **Zwei Zweizustands-Systeme – Quantenteleportation:** Alice hat einen **unbekannten** Quantenzustand $|\phi\rangle_1 = \alpha\,|0\rangle_1 + \beta\,|1\rangle_1$, den sie Bob schicken möchte, aber keinen **direkten** Quanten-Link zu Bob.



a) warum kann Alice den Zustand nicht über einen klassischen Kommunikationskanal schicken?

Alice und Bob besorgen sich als Quantenressource einen **verschränkten Zustand**. Teilchen *(2)* geht an Alice, Teilchen *(3)* an Bob.

$$|\Phi^+\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_2\,|0\rangle_3 + |1\rangle_2\,|1\rangle_3\right)$$

Alice misst nun die beiden Quantenzustände *(1)* und *(2)* in der Bell-Basis der beiden Zweizustands-systeme, und teilt Bob das Ergebnis ($|\Phi^+\rangle_{12}$ oder $|\Phi^-\rangle_{12}$ oder $|\Psi^+\rangle_{12}$ oder $|\Psi^-\rangle_{12}$) über einen klassischen Kommunikationskanal mit.

b) welche Operationen muss Bob an seinem Quantenzustand *(3)* ausführen, damit er den unbekannten Quantenzustand *(1)* herstellen kann?

c) was ist mit dem ursprünglichen Zustand *(1)* passiert?

Hinweis: Der Vorschlag zum obigen Beispiel befindet sich in: Ch. Bennet et al. PRL 70, 1895 (1993), das zugehörige Experiment wird in N. Bouwmeester et al. Nature 390, 575 (1997) beschrieben.

5. **Materiewellen, Phasengeschwindigkeit und Gruppengeschwindigkeit:** Man bestimme

a) die **Phasengeschwindigkeit v_{Ph}** einer ebenen Materiewelle, *(Lösung: $v_{\mathrm{Ph}} = \frac{\hbar k}{2m}$)*

b) die **Gruppengeschwindigkeit v_g** eines Materiewellenpaketes. *(Lösung: $v_{\mathrm{g}} = \frac{\hbar k}{m}$)*

c) Wie hängen die Phasengeschwindigkeit v_{Ph}, die Gruppengeschwindigkeit v_g und die Teilchengeschwindigkeit v_T für ein Teilchen mit **gegebenem Impuls p** und **gegebener kinetischer Energie E_{kin}** zusammen? *(Lösung: $v_{\mathrm{g}} = 2v_{\mathrm{Ph}} = v_{\mathrm{T}}$)*

6. **Relativistische Phasen- und Gruppengeschwindigkeit:** Man zeige mit Hilfe der relativistischen Energieinvarianten, $E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$, sowie mit der Beziehung $E = \hbar\omega$, dass die Beziehung $v_{\mathrm{g}} v_{\varphi} = c^2$ in jedem Fall gilt.