

**1. Korrespondenzprinzip im unendlich hohen Kastenpotential:** Der Erwartungswert des Ortes im eindimensionalen, **unendlich hohen Kastenpotential** der **Ausdehnung**  $a$  ist  $\langle X \rangle = \frac{a}{2}$ .

a) Man zeige, dass der Erwartungswert des **Ortsquadrates**  $\langle X^2 \rangle = \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{2\pi^2 n^2}$ .

b) Man berechne die **Ortsunschärfe**  $\Delta X = \sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$ . (*Lösung:*  $\Delta X = \frac{a}{2\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{6}{\pi^2 n^2}}$ )

c) Ein klassisches Teilchen bewege sich (abgesehen von den Umkehrpunkten) mit **konstanter Geschwindigkeit**  $v$  zwischen den Potentialwällen hin und her. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  befinde es sich bei  $x = 0$ . Man skizziere die Trajektorie des Teilchens im  $x$ - $t$ -Diagramm.

Man berechne  $\Delta X$  für das **klassische Teilchen** unter Zuhilfenahme des Faktums, dass bei **unbekannten Anfangsbedingungen** die **klassische Wahrscheinlichkeit**, das Teilchen in einem Intervall  $[x, x + dx]$  zu finden,  $dW(x) = P(x)dx = (1/a)dx$  ist. Man zeige, dass für **große**  $n$  die **quantenmechanische Ortsunschärfe in den klassischen Wert übergeht**. (*Lösung:*  $\Delta X = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ )

**2. Das Positroniumatom:** Ein **Elektron** und ein **Positron** können ein **wasserstoffähnliches Atom** mit einer begrenzten Lebensdauer bilden. Elektron und Positron kreisen dabei um ihren gemeinsamen Schwerpunkt.

a) Man berechne die zu den **stabilen Zuständen** dieses Atoms gehörigen **Energiewerte**.

b) Man berechne die Wellenlängen der beim Übergang von den ersten beiden angeregten Zuständen in den Grundzustand emittierten Strahlung sowohl für das Positroniumatom, als auch für das Wasserstoffatom.

(*Lösung:* Wasserstoff:  $\lambda_{21} = 122,9$  nm,  $\lambda_{31} = 103$  nm; Positronium:  $\lambda_{21} = 143,6$  nm,  $\lambda_{31} = 205,8$  nm)

**3. Rydberg-Atom:** Ein Wasserstoffatom befinde sich in einem **Rydberg-Zustand** ( $n \gg 1$ ):

a) Berechnen Sie allgemein die **Grösse des des Rydberg Atoms** in Abhängigkeit von der **Hauptquantenzahl**  $n$  und dann numerisch für  $n = 100$ . (*Lösung:*  $r_{100} = 530$  nm)

*Hinweis:* Berechnen sie den Radius für die Bahn eines Elektrons für  $l = n$  (Circular State)

b) Bei welchem angelegten **elektrischen Feld**  $E$  wird das Rydbergatom **ionisiert**? Dazu nehmen sie an dass ein Rydbergzustand mit **Hauptquantenzahl**  $n$  dann ionisiert wird wenn der **Sattelpunkt** des durch das elektrische Feld modifizierten **Coulomb-Potentials** gleich der **Bindungsenergie** des Rydberg-Zustandes ist. Berechnen Sie die notwendige Feldstärke für  $n = 100$ . (*Lösung:*  $E = 321$  V/m)

c) Berechnen Sie allgemein die **Periodendauer** eines Umlaufes in **Abhängigkeit von**  $n$ .

d) Berechnen Sie die **Energiedifferenz** zwischen den Zuständen  $n$  und  $n+1$ ; bei **welchem**  $n$  entspricht diese Energiedifferenz "**Raumtemperatur**" (**300K**), bei welchem  $n$  der **Temperatur der kosmischen Hintergrundstrahlung** (**2,73 K**)? (*Lösung:*  $n_{300K} = 11$ ,  $n_{2,73K} = 49$ )

**4. Struktur der Atome:** Betrachten sie ein Li Atom, insbesondere seine beiden stabilen **Isotope Li-6** und **Li-7**. **Li-6** hat den **Kernspin**  $I = 1$ , **Li-7** hat den Kernspin  $I = 3/2$ .

a) Beschreiben sie die folgenden Atom-Zustände unter Berücksichtigung aller Quantenzahlen, inklusive des Elektronspin und des Kernspin und zeichnen sie ein **Diagramm** der Zustände.

- den **Grundzustand**  $2S$  ( $^2S_{1/2}$ )
- die **ersten angeregten 2P Zustände** ( $^2P_{1/2}$ ,  $^2P_{3/2}$ )

b) Geben Sie zu diesen Zuständen die folgenden Werte an:

- den **Bahndrehimpuls**  $L$
- den **Gesamtdrehimpuls der Elektronen**  $J$
- den **Gesamtdrehimpuls des Atoms**  $F$
- die **Entartung** (Zeemanzustände,  $m_F$  - Zustände).

Begründen sie die **Werte von**  $L$ ,  $J$ , und  $F$ .