

Institut f. Angewandte Physik
UE Grundlagen der Physik III WS 2019/20

6. Übung am 21. 11. 2019

32) Gegeben sei die nicht normierte Wellenfunktion eines Teilchens mit

$$\begin{aligned} \psi &= 0 && \text{für } x < 0 \\ \psi &= C \cdot x / b && \text{für } 0 \leq x \leq b \\ \psi &= 0 && \text{für } b < x \end{aligned}$$

- Berechnen sie die Normierungskonstante C für die normierte Wellenfunktion.
- Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit das Teilchen im Bereich $x \geq b/2$ anzutreffen
- Berechnen sie den Erwartungswert $\langle x \rangle$
- Berechnen sie den Erwartungswert $\langle x^2 \rangle$
- Berechnen sie die Ortsunschärfe $\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$

(1 Pkt)

33) Ein Fluss von Teilchen wird repräsentiert durch die Wellenfunktion

$\psi(x) = A \cdot e^{ikx} + B \cdot e^{-ikx}$. Der einfallende Fluss bewege sich in positive x-Richtung der reflektierte Fluss in negative x-Richtung. In der Quantenmechanik gilt allgemein für den

$$\text{Fluss } J = \frac{i\hbar}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi).$$

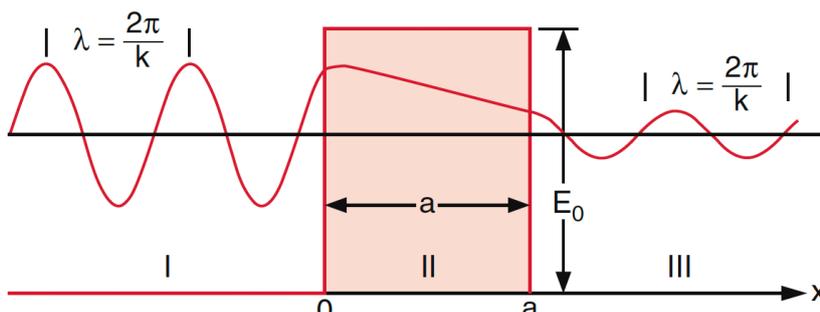
- Wie groß ist der Fluss der einfallenden Teilchen J_e ?
- Wie groß ist der Fluss der reflektierten Teilchen J_r ?
- Wie groß ist der Gesamtfluss J_{ges} ?
- Wie groß ist der Reflexionskoeffizient R?

(1 Pkt)

34) Tunneleffekt

Gegeben sei eine rechteckige Potentialbarriere der Form (siehe auch Abbildung wie in Demtröder 3):

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad V(x) = 0 && x < 0 \\ \text{II:} & \quad V(x) = E_0 && 0 \leq x \leq a \\ \text{III:} & \quad V(x) = 0 && b < x \end{aligned}$$



Von links falle nun ein Strom von Teilchen der Masse m und der Energie E in Richtung der positiven x -Achse ein. Es gelte: $0 < E < E_0$

Zeigen sie, dass in diesem Fall für die Transmission gilt:

$$T = \frac{1 - E/E_0}{(1 - E/E_0) + (E_0/4E) \cdot \sinh^2(\alpha \cdot a)}$$

Hinweis: $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ $\cosh^2 \alpha k = 1 + \sinh^2 \alpha k$

(3 Pkte)

35) Gegeben sei eine Potentialverteilung in den drei Bereichen I, II, und III der Form

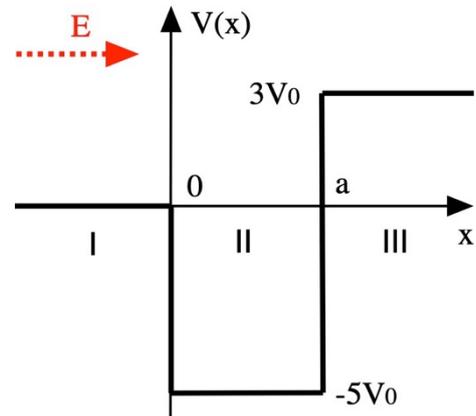
$$\begin{aligned} \text{I: } & V(x) = 0 & x < 0 \\ \text{II: } & V(x) = -5V_0 & 0 < x < a \\ \text{III: } & V(x) = 3V_0 & a < x \end{aligned}$$

Ein Strom von Teilchen der Masse m und der Energie $E = 4V_0 > 0$ falle in positiver x -Richtung laufend auf diese Potentialverteilung ein.

Zeigen Sie, dass bei beliebigen Werten der Größe $V_0 \cdot a^2$ der Reflexionskoeffizient R zwischen

$$R_{\min} = 1/9 \approx 0,111 \quad \text{und} \quad R_{\max} = 49/121 \approx 0,405 \quad \text{liegt.}$$

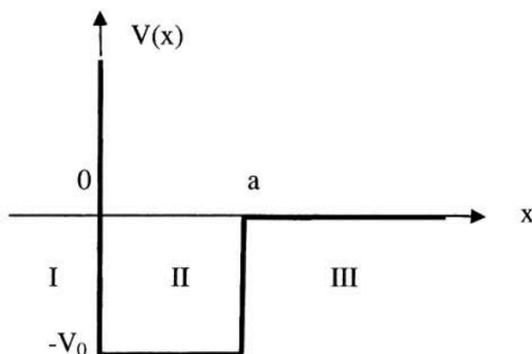
(3 Pkte)



36) Gegeben sei ein Potentialtopf der Form:

$$\begin{aligned} \text{I: } & V(x) = +\infty & x < 0 \\ \text{II: } & V(x) = -V_0 & 0 < x < a, \text{ mit } V_0 = \frac{\hbar^2}{ma^2} \\ \text{III: } & V(x) = 0 & a < x \end{aligned}$$

Gibt es für ein Teilchen der Masse m in diesem Potential gebundene Zustände? Wenn ja, geben sie bitte die Energieeigenwerte an.



(2 Pkte)