Institut f. Angewandte Physik

UE Grundlagen der Physik III WS 2019/20

7. Übung am 28. 11. 2019

37) Wenden sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung auf ein Teilchen in einem unendlich hohen eindimensionalen Potentialkasten an. Es sei

I:	$V(x) = +\infty$	$x < 0$
II:	$V(x) = -V_0$	$0 \leq x \leq a$
III:	$V(x) = +\infty$	a/< x

a) Bestimmen sie die Wellenfunktionen in allen 3 Bereichen.

b) Bestimmen sie die normierten Wellenfunktionen der gebundenen Zustände ψ_n.

c) Bestimmen sie die Energie-Eigenwerte E_n im Potentialkasten.

(2 Pkte)

38) Ein harmonischer Oszillator (Teilchenmasse m, Eigen(kreis)frequenz ω_0 hat das Potential:

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$$

(a) Zeigen sie, dass die Funktion $\psi_1(x) = A \cdot x \cdot \exp(-\alpha x^2)$ eine Lösung der Schrödinger-Gleichung für dieses Potential ist.

(b) Bestimmen sie den Wert von α.

(c) Welchen Eigenwert E_1 hat die Energie?

(d) Berechnen sie die Wahrscheinlichkeitsdichte w(x) und stellen Sie diese graphisch dar.

Hinweis: $$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} / 2$$

(**2 Pkte**)

39) Erwartungswerte von Operatoren im harmonischen Oszillator

a) Berechnen sie die Erwartungswerte des Orts- und Impulsoperators, $\langle x \rangle$ und $\langle p \rangle$, im harmonischen Oszillator im Grundzustand.

$$\psi_0(x) = \sqrt{\frac{a}{\sqrt{\pi}}} \exp\left(-\frac{a^2 x^2}{2}\right) \quad \text{mit} \quad a^2 = \frac{m \cdot \omega}{\hbar}$$

b) Berechnen sie den Erwartungswert der kinetischen Energie für das System aus a).

(2 Pkte)

40) Wasserstoffatom

a) Berechnen sie mit Hilfe der Schrödinger-Gleichung die Wellenfunktion und die Energie für den Grundzustand des Wasserstoffatoms (1s-Zustand) unter der Annahme, dass $\psi(r)$ Kugelsymmetrie hat.

Dann wird : $$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d\psi}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V(r)) \cdot \psi = 0$$

wobei gilt: $$V(r) = -\frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

b) Normieren sie die Lösung

c) Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit W das Elektron außerhalb des Bohrradius a_0, d.h. im Bereich $r > a_0$, zu finden.

Integrationstrick: $$\int r^n e^{-\beta r} dr = (-\partial/\partial\beta)^n \int e^{-\beta r}\, dr = (-\partial/\partial\beta)^n \left(-e^{-\beta r}/\beta\right)$$

(2 Pkte)

41) Wasserstoffatom:

Berechnen sie den Erwartungswert der Gesamtenergie

$$\langle H \rangle = \left\langle -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \right\rangle$$

des 3s und des 2p Zustandes und ermitteln sie daraus die Wellenlänge des emittierten Lichtes beim Übergang zwischen diesen beiden Zuständen. Verwenden sie dazu die in Demtröder III Tab 4.2, 5.1 und 5.2 gegebenen Funktionen.

$\Big($ *Es gilt:* $\displaystyle\int_0^\infty e^{-\alpha x} \cdot x^n \cdot dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$ $\Big)$

(2 Pkte)