

1. **Zweiniveausystem:** In einem **Zweiniveausystem** mit zwei **Energieniveaus** E_1 und E_2 ($E_1 < E_2$) in dem sich $n = \text{const.}$ Atome befinden seien die **Besetzungszahlen** für die Energie E_1 n_1 und für E_2 n_2 . Es gilt daher $n = n_1 + n_2$. Befindet sich dieses System in einem **Strahlungsfeld mit der Energiedichte** $w_\nu(\nu)$, so kommt es zu spontaner und induzierter Emission, sowie zu Absorption von Photonen aus dem Strahlungsfeld. Die Ratengleichung für die Besetzungszahl n_2 lautet:

$$\frac{dn_2}{dt} = B_{12} \cdot w_\nu(\nu) \cdot n_1 - B_{21} \cdot w_\nu(\nu) \cdot n_2 - A_{21} \cdot n_2$$

Dabei sind A_{21} , B_{12} und B_{21} in dieser Reihenfolge die Einstein Koeffizienten für spontane Emission, spontane Absorption und induzierte Emission eines Photons. Bei gleichem statistischem Gewicht des Überganges gilt $B_{12} = B_{21}$.

- Wie lautet die **Ratengleichung für die Besetzungszahl n_1** ?
- Lösen Sie die Differentialgleichung für die **Anfangsbedingung $n_1 = n$** .
- Bestimmen Sie das Verhältnis n_2/n_1 für den **stationären Zustand**, also für große Zeiten t , und erklären Sie aus dieser Lösung heraus, warum in einem Zweiniveausystem **keine Besetzungszahleninversion** erreicht werden kann. (Lösung: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{B_{12} \cdot w_\nu(\nu)}{B_{12} \cdot w_\nu(\nu) + A_{21}}$)

2. **Isolation einer Lasermode:** Die Länge des Laserresonators für einen **Ar-Lasers** betrage $L = 120$ cm. Der Laser werde bei $T = 5000$ K betrieben. Mittels eines **Fabry-Perot Interferometers (FPI)** soll die Mode mit $\lambda = 488$ nm isoliert werden.

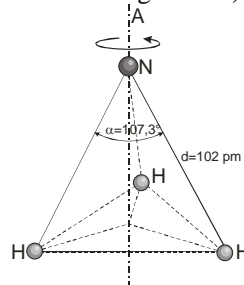
- Wie groß darf die **Dicke d** der Schicht zwischen den Reflektoren des FPI (Brechungsindex $n = 1,5$) maximal sein, damit nur ein Transmissionsmaximum des FPI in die Dopplerbreite $\Delta\nu_D$ passt? (Lösung: $d = 2$ cm)
- Wie groß muß die **Reflektivität R der Reflektorschichten** des FPI sein, damit die **Transmission T** bei der Nachbar-Resonatormode auf $T = 1/3$ gesunken ist? (Lösung: $R = 0,895$)

Hinweis: Die Transmissionscharakteristik eines Fabry-Perot Interferometers kann als bekannt vorausgesetzt werden; Molare Masse von Ar: 40 g/mol.

3. **Der starre Rotator:** In vielen Fällen kann ein mehratomiges Molekül als starrer Körper mit dem **Trägheitsmoment I** betrachtet werden.

- Drücken Sie die **klassische Rotationsenergie E_{Rot}** eines mit der **Winkelgeschwindigkeit ω** um eine **fixe Achse A** rotierenden Moleküls als Funktion des Drehimpulses aus.
- Stellen Sie den kinetischen Energieoperator der Rotationsenergie H_{Rot} mit Hilfe des **Impulsoperators $P = -i \cdot \hbar \cdot \vec{\nabla}$** dar und geben Sie H_{Rot} explizit in Kugelkoordinaten an.

4. **Rotationsenergien des Ammoniakmoleküls:** Das Ammoniakmolekül (NH_3 , siehe Skizze) besteht aus einer nahezu tetraedrischen Anordnung von 3 Wasserstoffatomen und einem Stickstoffatom. Der **Abstand d** zwischen N und H beträgt **102 pm**, der **Bindungswinkel α** zwischen H-N-H beträgt **107,3°**. Die molare Masse von Wasserstoff beträgt $M = 1,00794$ g/mol.



- Bestimmen Sie die **Folge der möglichen Rotationsenergien** des Ammoniakmoleküls um die **Achse A** (siehe Skizze) unter der Annahme, dass es sich um einen starren Körper handelt. Geben Sie die Energien für $l = 1, 2, 3$ numerisch an.
- Bestimmen Sie für $l = 1, 2, 3$ die **Winkelgeschwindigkeiten** des Moleküles.

(Lösung: $\omega_l = \sqrt{l \cdot (l + 1)} \cdot 2,33 \cdot 10^{12} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)