1. **Korrespondenzprinzip im unendlich hohen Kastenpotential:** Der Erwartungswert des Ortes im eindimensionalen, **unendlich hohen Kastenpotential** der **Ausdehnung *a*** ist $\langle X \rangle = \frac{a}{2}$.

a) Man zeige, dass der Erwartungswert des **Ortsquadrates** $\langle X^2 \rangle = \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{2\pi^2 n^2}$.

b) Man berechne die **Ortsunschärfe** $\Delta X = \sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$. *(Lösung:* $\Delta X = \frac{a}{2\sqrt{3}}\sqrt{1 - \frac{6}{\pi^2 n^2}}$ *)*

c) Ein klassisches Teilchen bewege sich (abgesehen von den Umkehrpunkten) mit **konstanter Geschwindigkeit *v*** zwischen den Potentialwällen hin und her. Zum Zeitpunkt ***t* = 0** befinde es sich bei ***x* = 0**. Man skizziere die Trajektorie des Teilchens im *x*-*t*-Diagramm.
Man berechne **Δ*X* für das klassische Teilchen** unter Zuhilfenahme des Faktums, dass bei **unbekannten Anfangsbedingungen** die **klassische Wahrscheinlichkeit**, das Teilchen in einem Intervall $[x,\ x + dx]$ zu finden, $\mathbf{dW(x) = P(x)dx = (1/a)dx}$ ist. Man zeige, dass für **große *n*** die **quantenmechanische Ortsunschärfe in den klassischen Wert übergeht**. *(Lösung:* $\Delta X = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ *)*

2. **Ein klassisches Heliumatom:** Zwei Elektronen mögen auf **einer** Kreisbahn mit dem Radius ***r*** einen Heliumkern(Z = 2) umkreisen.

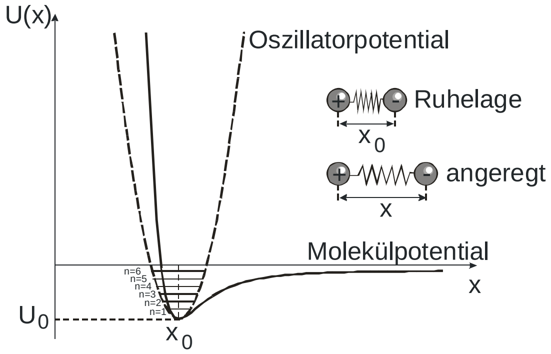
a) Bestimmen Sie jene Anordnung der beiden Elektronen**, bei der die Potentielle Energie des Gesamtsystems minimal wird** (die Kernmasse kann als unendlich gross angenommen werden).

b) Bestimmen Sie die **kinetische Energie der beiden Elektronen,** wenn für diese Bahn die Bohr'sche Quantisierungsbedingung für den Gesamtdrehimpuls der beiden Elektronen $L = n \cdot \hbar, n = 1$ gilt.
Ermitteln Sie dann, mit der in **(a)** ermittelten **potentiellen Energie,** die **Gesamtenergie** des Systems.

c) Wie gross muss der der Bahnradius ***r*** in diesem klassischen Modell gewählt werden, damit die **experimentell ermittelte Bindungsenergie der Elektronen** im He-Atom, **-79 eV**, erreicht wird. Ist das Ergebnis realistisch? (*Lösung:* r_0 = 59 pm)

Bitte Seite wenden!

3. **Auswahlregeln im harmonischen Oszillator:** Ein zweiatomiges Molekül aus zwei unterschiedlichen Atomen kann oft als elektrischer Dipol dargestellt werden, da die Ladungsverteilung nicht symmetrisch ist. Das **Bindungspotential** des Moleküls kann **in der Umgebung der Ruhelage x_0** durch ein **Oszillatorpotential** approximiert werden (siehe Skizze):



Wird das Molekül durch elektromagnetische Strahlung angeregt, so werden im Molekülspektrum **nur Übergänge mit $\Delta n=\pm 1$** beobachtet. Begründen Sie diese **Auswahlregel** durch die Bildung des **Übergangsdipolintegrales** zwischen zwei Zuständen n und m, $\langle \Psi_n | \mu | \Psi_m \rangle$ (μ … Dipolmoment). Benutzen Sie dazu die folgende **Rekursionsbeziehung**, welche für die Hermite-Polynome H_m gilt: $2 \cdot x \cdot H_m(x) = H_{m+1}(x) + 2 \cdot m \cdot H_{m-1}(x)$.

Hinweis: Beachten Sie die Orthonormalität der Eigenfunktionen. Die Änderung des Dipolmomentes μ für kleine Auslenkungen kann als linear angenommen werden.

4. **Übergang mit Entartung:** Bestimmen Sie die **spontane Übergangswahrscheinlichkeit** $A_{ik} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\omega_{ik}^3}{\varepsilon_0 \cdot c^3 \cdot h} \cdot \left| \vec{M}_{ik} \right|^2$ mit $\vec{M}_{ik} = e \cdot \int_V \psi_i^*(\vec{r}) \cdot \vec{r} \cdot \psi_k(\vec{r}) \cdot dV$ (das Volumsintegral erstreckt sich über den gesamten Raum) für den Übergang $1s \to 2p$ im **Wasserstoffatom**. Beachten Sie, dass der 2p-Zustand mit $m = 0, \pm 1$ **dreifach entartet** ist.

(*Lösung:* $A_{ik}(\Delta m = \pm 1) = \left(\frac{256}{243}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2 \cdot a_0^2 \cdot \omega_{ik}^3}{\varepsilon_0 \cdot c^3 \cdot h}$, $A_{ik}(\Delta m = 0) = \frac{A_{ik}(\Delta m \pm 1)}{2}$)

Hinweis: Die Wellenfunktionen der beteiligten Zustände können der Literatur entnommen werden; Wählen Sie als Quantisierungsachse die z-Richtung, so daß $m = l_z$ gilt.