1. **Interferometrie und Zweizustands-Systeme: Superposition und Bloch-Kugel:** Beschreiben Sie ein **Mach-Zehnder Interferometer** durch den **Weg** den ein Quantenzustand auf der Blochkugel zurücklegt.
Hinweis: Ein symmetrischer Strahlteiler entspricht einer Rotation um die x-Achse; fertigen Sie Skizzen zur Problemstellung an.

a) Wie lässt sich auf der Blochkugel ein Phasenschub im Interferometer beschreiben?
b) Wie sieht der Weg auf der Blochkugel aus für einem Phasenschub $\Delta\Phi$ von

$\Delta\Phi = \frac{\pi}{2}$

$\Delta\Phi = -\frac{\pi}{2}$

$\Delta\Phi = \pi$

$\Delta\Phi = 2 \cdot \pi$

$\Delta\Phi = -17{,}25 \cdot \pi$

2. **Zwei Zweizustands-Systeme – Verschränkung und Superposition:** Die Bell-Zustände

$$\left|\Phi^{\pm}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[\left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 \pm \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2\right]$$
$$\left|\Psi^{\pm}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[\left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 \pm \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2\right]$$

stellen eine **vollständige Basis** der Zustände für die beiden Zweizustands-Systeme dar. Stellen sie folgende Zustände in der Basis der Bellzustände dar:

$$\left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2, \quad \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2, \quad \left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2, \quad \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2$$
$$\frac{1}{2} \cdot \left|0\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left|1\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left|0\right\rangle_1 \left|1\right\rangle_2 - \frac{1}{2} \cdot \left|1\right\rangle_1 \left|0\right\rangle_2$$

3. **Verschränkung:** Welche der fünf im Folgenden gegebenen Zustände ist verschränkt. Begründen Sie Ihre Antwort:

$\Psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|01\right\rangle + e^{-\frac{i\cdot\pi}{4}} \left|10\right\rangle\right)$ ☐ ja ☐ nein

$\Psi_b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|1\right\rangle - i\left|0\right\rangle\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\left|1\right\rangle + \left|0\right\rangle\right)$ ☐ ja ☐ nein

$\Psi_c = \left[\frac{1}{2}\left|11\right\rangle + \frac{1}{2}\left|01\right\rangle + \frac{1}{2}\left|10\right\rangle + \frac{1}{2}\left|00\right\rangle\right]$ ☐ ja ☐ nein

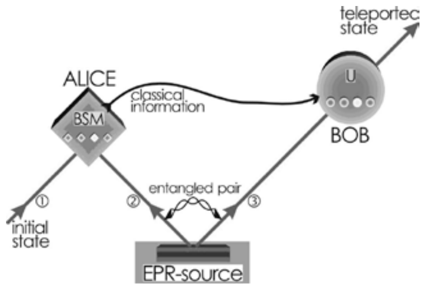
$\Psi_d = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\left|00\right\rangle - \frac{1}{2} \cdot e^{i\cdot\frac{3\pi}{4}}\left|10\right\rangle\right]$ ☐ ja ☐ nein

$\Psi_e = \left[\frac{1}{2}\left|11\right\rangle + \frac{1}{2}\left|01\right\rangle - \frac{1}{2}\left|10\right\rangle + \frac{1}{2}\left|00\right\rangle\right]$ ☐ ja ☐ nein

Hinweis: Man informiere sich über die sogenannte Schmidt-Zerlegung

Bitte Seite wenden!

4. **Zwei Zweizustands-Systeme – Quantenteleportation:** Alice hat einen **unbekannten** Quantenzustand $|\phi\rangle_1 = \alpha\,|0\rangle_1 + \beta\,|1\rangle_1$, den sie Bob schicken möchte, aber keinen **direkten** Quanten-Link zu Bob.



a) warum kann Alice den Zustand nicht über einen klassischen Kommunikationskanal schicken?

Alice und Bob besorgen sich als Quantenressource einen **verschränkten Zustand**. Teilchen *(2)* geht an Alice, Teilchen *(3)* an Bob.

$$|\Phi^+\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_2\,|0\rangle_3 + |1\rangle_2\,|1\rangle_3\right)$$

Alice misst nun die beiden Quantenzustände *(1)* und *(2)* in der Bell-Basis der beiden Zweizustandssysteme, und teilt Bob das Ergebnis ($|\Phi^+\rangle_{12}$ oder $|\Phi^-\rangle_{12}$ oder $|\Psi^+\rangle_{12}$ oder $|\Psi^-\rangle_{12}$) über einen klassischen Kommunikationskanal mit.

b) welche Operationen muss Bob an seinem Quantenzustand *(3)* ausführen, damit er den unbekannten Quantenzustand *(1)* herstellen kann?
c) was ist mit dem ursprünglichen Zustand *(1)* passiert?

Hinweis: Der Vorschlag zum obigen Beispiel befindet sich in: Ch. Bennet et al. PRL 70, 1895 (1993), das zugehörige Experiment wird in N. Bouwmeester et al. Nature 390, 575 (1997) beschrieben.

5. **Materiewellen**: Man bestimme die **De-Broglie-Wellenlänge** von

a) einem **Elektron** mit der kinetischen Energie $\boldsymbol{E_{kin}} = \mathbf{1\ eV}$, (*Lösung:* $\lambda = 1{,}23$ nm)
b) einem **Elektron** mit der kinetischen Energie $\boldsymbol{E_{kin}} = \mathbf{100\ keV}$, (*Lösung:* $\lambda = 0{,}0037$ nm)
c) einem **C_{60}-Molekül** mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v} = \mathbf{10\ cms^{-1}}$, (*Lösung:* $\lambda = 5{,}52$ nm)
d) einem Molekül der Verbindung **$C_{48}H_{24}F_{51}P$** mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v} = \mathbf{10^3\ ms^{-1}}$.
(*Lösung:* $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-13}$ m)
e) einem **Auto** mit **2000 kg** Masse, welches sich mit $\mathbf{60\ kmh^{-1}}$ bewegt. (*Lösung:* $\lambda = 1{,}99 \cdot 10^{-38}$ m)
f) Wie schnell muß dich ein Mensch ($\boldsymbol{m} = \mathbf{80\ kg}$) bewegen, damit seine Materiewellenlänge der **Planck-Länge** entspricht? (*Lösung:* $v = 0{,}51$ m/s)

6. **Materiewellen, Phasengeschwindigkeit und Gruppengeschwindigkeit im nichtrelativistischen Fall:** Man bestimme

a) die **Phasengeschwindigkeit v_{Ph}** einer ebenen Materiewelle, (*Lösung:* $v_{\mathrm{Ph}} = \frac{\hbar k}{2m}$)
b) die **Gruppengeschwindigkeit v_g** eines Materiewellenpaketes. (*Lösung:* $v_{\mathrm{g}} = \frac{\hbar k}{m}$)
c) Wie hängen die Phasengeschwindigkeit **v_{Ph}**, die Gruppengeschwindigkeit **v_g** und die Teilchengeschwindigkeit **v_T** für ein Teilchen mit **gegebenem Impuls p** und **gegebener kinetischer Energie E_{kin}** zusammen? (*Lösung:* $v_{\mathrm{g}} = 2v_{\mathrm{Ph}} = v_{\mathrm{T}}$)