1. **Erwartungswerte im Kastenpotential:** Mit Hilfe der **normierten Wellenfunktionen** $\Psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)\exp\left(-\mathrm{i}\frac{E_n}{\hbar}t\right)$ für ein Teilchen im **unendlich hohen Kastenpotential** berechne man die **Erwartungswerte** $\langle X\rangle$, $\langle P\rangle$ und $\langle P^2\rangle$. Man kommentiere die Ergebnisse.

(Lösung: $\langle X\rangle = \frac{a}{2}$, $\langle P\rangle = 0$, $\langle P^2\rangle = \left(\frac{n\pi\hbar}{a}\right)^2$ *)*

2. **Zeitabhängige Zustände im Kastenpotential:** Die **normierten zeitabhängigen Wellenfunktionen** der stationären Zustände eines Teilchens im **unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential** lauten $\Psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{a}}\cdot sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot exp\left(-i\cdot\frac{E_n}{\hbar}\cdot t\right)$ für $0 \le x \le a$ und 0 sonst (***a*** ist die **lineare Ausdehnung des Kastenpotentiales**).

a) Für die **allgemeine Überlagerung** $\Psi(x,t) = \alpha\cdot\Psi_1(x,t) + \beta\cdot\Psi_2(x,t),\quad \alpha,\beta \in C$ bestimme man die **Anforderung an die komplexen Koeffizienten** α und β, damit auch der **Summenzustand** $\Psi(x,t)$ **normiert** ist. *(Lösung:* $\left|\alpha^2\right| + \left|\beta^2\right| = 1$ *)*

b) Wie lautet die **Zeitabhängige Aufenthaltswahrscheinlichkeit** $P(x,t) = \Psi(x,t)\cdot\Psi^*(x,t)$ des Summenzustandes?

(Lösung: $P(x,t) = \frac{2}{a}\cdot\left\{A^2\cdot sin^2\left(\frac{\pi\cdot x}{a}\right) + B^2\cdot sin^2\left(\frac{2\cdot\pi\cdot x}{a}\right) + sin\left(\frac{\pi\cdot x}{a}\right)\cdot sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot x}{a}\right)\cdot 2\cdot A\cdot B\cdot cos(3\cdot\frac{\hbar\cdot\pi^2}{2\cdot m\cdot a^2}\cdot t + \kappa)\right\}$ *)*

c) Man **interpretiere** das Ergebnis von (b).

Hinweis: Es gelten folgende Definitionen: $\alpha = A\cdot e^{i\lambda}$, $\beta = B\cdot e^{i\cdot\mu}$, $\kappa = \lambda - \mu$.

3. Das **Positroniumatom:** Ein **Elektron** und ein **Positron** können ein **wasserstoffähnliches Atom** mit einer begrenzten Lebensdauer bilden. Elektron und Positron kreisen dabei um ihren gemeinsamen Schwerpunkt.

a) Man berechne die zu den **stabilen Zuständen** dieses Atoms gehörigen **Energiewerte**.
b) Man berechne die Wellenlängen der beim Übergang von den ersten beiden angeregten Zuständen in den Grundzustand emittierten Strahlung sowohl für das Positroniumatom, als auch für das Wasserstoffatom. *(Lösung: Wasserstoff:* λ_{21} = 122,9 nm, λ_{31} = 103 nm; *Positronium:* λ_{21} = 143,6 nm, λ_{31} = 205,8 nm *)*

4. **Rydberg-Atom:** Ein Wasserstoffatom befinde sich in einem **Rydberg-Zustand (*n* >> 1)**:

a) Berechnen Sie allgemein die **Grösse des des Rydberg Atoms** in Abhängigkeit **von der Hauptquantenzahl *n*** und dann numerisch für ***n* = 100**. *(Lösung:* r_{100} *= 530 nm)*
*Hinweis: Berechnen sie den Radius für die Bahn eines Elektrons für l = n (Circular State)***)**

b) Bei welchem angelegten **elektrischen Feld *E*** wird das Rydbergatom **ioninsiert**? Dazu nehmen sie an dass ein Rydbergzustand mit **Hauptquantenzahl *n*** dann ionisiert wird wenn der **Sattelpunkt** des durch das elektrische Feld modifizierten **Coulomb-Potentials** gleich der **Bindungsenergie** des Rydberg-Zustandes ist. Berechnen Sie die notwendige Feldstärke für ***n* = 100**. *(Lösung: E = 321 V/m)*

c) Berechnen Sie allgemein die **Periodendauer** eines Umlaufes in **Abhängigkeit von *n***.

d) Berechnen Sie die **Energiedifferenz** zwischen den Zuständen ***n*** und ***n+1***; bei **welchem *n*** entspricht diese Energiedifferenz **"Raumtemperatur" (300K)**, bei welchem *n* der **Temperatur der kosmischen Hintergrundstrahlung (2,73 K)?** *(Lösung:* n_{300K} *= 11,* $n_{2,73K}$ *= 49)*