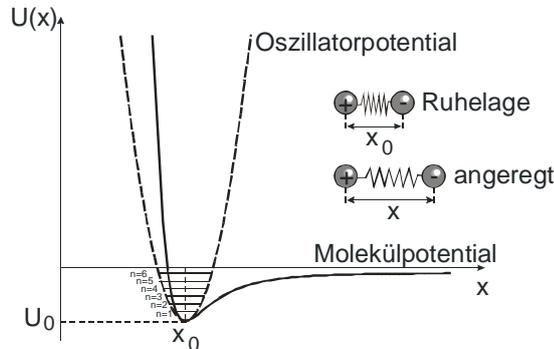


1. **Auswahlregeln im harmonischen Oszillator:** Ein zweiatomiges Molekül aus zwei unterschiedlichen Atomen kann oft als elektrischer Dipol dargestellt werden, da die Ladungsverteilung nicht symmetrisch ist. Das **Bindungspotential** des Moleküls kann **in der Umgebung der Ruhelage** x_0 durch ein **Oszillatorpotential** approximiert werden (siehe Skizze):



Wird das Molekül durch elektromagnetische Strahlung angeregt, so werden im Molekülspektrum **nur Übergänge mit $\Delta n = \pm 1$** beobachtet. Begründen Sie diese **Auswahlregel** durch die Bildung des **Übergangsdipolintegrals** zwischen zwei Zuständen n und m , $\langle \Psi_n | \mu | \Psi_m \rangle$ ($\mu \dots$ Dipolmoment). Benutzen Sie dazu die folgende **Rekursionsbeziehung**, welche für die Hermite-Polynome H_m gilt: $2 \cdot x \cdot H_m(x) = H_{m+1}(x) + 2 \cdot m \cdot H_{m-1}(x)$.

Hinweis: Beachten Sie die Orthonormalität der Eigenfunktionen. Die Änderung des Dipolmomentes μ für kleine Auslenkungen kann als linear angenommen werden.

2. **Verbotene Übergänge - Auswahlregeln:** Nicht alle Dipolübergänge in einem Atom zwischen zwei Energieniveaus E_i und E_k sind, trotz endlicher Energiedifferenz, möglich. Ist der **Erwartungswert des \vec{M}_{ik} Übergangsdipolmomenten** \vec{p}_{ik} , $\vec{M}_{ik} = \langle \vec{p}_{ik} \rangle$ gleich 0, so wird der Übergang **nicht beobachtet**. \vec{M}_{ik} hängt von den **Wellenfunktionen der beiden Zustände** i und k gemäß $\vec{M}_{ik} = e \cdot \int_V \psi_i^*(\vec{r}) \cdot \vec{r} \cdot \psi_k(\vec{r}) \cdot dV$ ab, wobei sich das Volumintegral über den gesamten Raum erstreckt. Zeigen Sie, dass für das Wasserstoffatom der **Übergang $1s \rightarrow 2s$ verboten ist**.

Hinweis: Die Wellenfunktionen der beteiligten Zustände können der Literatur entnommen werden.

Bitte Seite wenden!

- 3. Zweiniveausystem:** In einem **Zweiniveausystem** mit zwei **Energieniveaus** E_1 und E_2 ($E_1 < E_2$) in dem sich $n = \text{const.}$ Atome befinden seien die **Besetzungszahlen** für die Energie E_1 n_1 und für E_2 n_2 . Es gilt daher $n = n_1 + n_2$. Befindet sich dieses System in einem **Strahlungsfeld mit der Energiedichte** $w_\nu(\nu)$, so kommt es zu spontaner und induzierter Emission, sowie zu Absorption von Photonen aus dem Strahlungsfeld. Die Ratengleichung für die Besetzungszahl n_2 lautet:

$$\frac{dn_2}{dt} = B_{12} \cdot w_\nu(\nu) \cdot n_1 - B_{21} \cdot w_\nu(\nu) \cdot n_2 - A_{21} \cdot n_2$$

Dabei sind A_{21} , B_{12} und B_{21} in dieser Reihenfolge die Einstein Koeffizienten für spontane Emission, spontane Absorption und induzierte Emission eines Photons. Bei gleichem statistischem Gewicht des Überganges gilt $B_{12} = B_{21}$.

- Wie lautet die **Ratengleichung für die Besetzungszahl** n_1 ?
- Lösen Sie die Differentialgleichung für die **Anfangsbedingung** $n_1 = n$.
- Bestimmen Sie das Verhältnis n_2/n_1 für den **stationären Zustand**, also für große Zeiten t , und erklären Sie aus dieser Lösung heraus, warum in einem Zweiniveausystem **keine Besetzungszahleninversion** erreicht werden kann. (Lösung: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{B_{12} \cdot w_\nu(\nu)}{B_{12} \cdot w_\nu(\nu) + A_{21}}$)

- 4. Isolation einer Lasermode:** Die Länge des Laserresonators für einen **Ar-Lasers** betrage $L = 120 \text{ cm}$. Der Laser werde bei $T = 5000 \text{ K}$ betrieben. Mittels eines **Fabry-Perot Interferometers (FPI)** soll die Mode mit $\lambda = 488 \text{ nm}$ isoliert werden.

- Wie groß darf die **Dicke** d der Schicht zwischen den Reflektoren des FPI (Brechungsindex $n = 1,5$) maximal sein, damit nur ein Transmissionsmaximum des FPI in die Dopplerbreite $\Delta\nu_D$ passt? (Lösung: $d = 2 \text{ cm}$)
- Wie groß muß die **Reflektivität** R der **Reflektorschichten** des FPI sein, damit die **Transmission** T bei der Nachbar-Resonatormode auf $T = 1/3$ gesunken ist? (Lösung: $R = 0,895$)

Hinweis: Die Transmissionscharakteristik eines Fabry-Perot Interferometers kann als bekannt vorausgesetzt werden; Molare Masse von Ar: 40 g/mol .