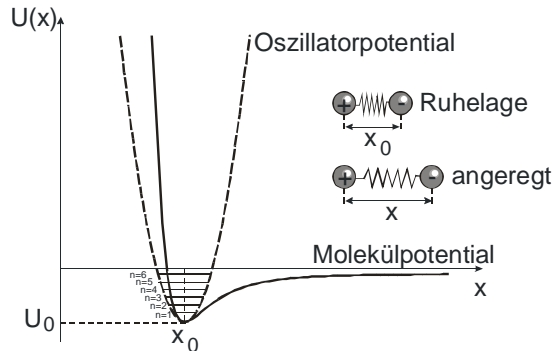


1. **Auswahlregeln im harmonischen Oszillator:** Ein zweiatomiges Molekül aus zwei unterschiedlichen Atomen kann oft als elektrischer Dipol dargestellt werden, da die Ladungsverteilung nicht symmetrisch ist. Das **Bindungspotential** des Moleküls kann **in der Umgebung der Ruhelage**  $x_0$  durch ein **Oszillatorpotential** approximiert werden (siehe Skizze):



Wird das Molekül durch elektromagnetische Strahlung angeregt, so werden im Molekülspektrum **nur Übergänge mit  $\Delta n = \pm 1$**  beobachtet. Begründen Sie diese **Auswahlregel** durch die Bildung des **Übergangsdipolintegrals** zwischen zwei Zuständen  $n$  und  $m$ ,  $\langle \Psi_n | \mu | \Psi_m \rangle$  ( $\mu \dots$  Dipolmoment). Benutzen Sie dazu die folgende **Rekursionsbeziehung**, welche für die Hermite-Polynome  $H_m$  gilt:  $2 \cdot x \cdot H_m(x) = H_{m+1}(x) + 2 \cdot m \cdot H_{m-1}(x)$ .

*Hinweis:* Beachten Sie die Orthonormalität der Eigenfunktionen. Die Änderung des Dipolmomentes  $\mu$  für kleine Auslenkungen kann als linear angenommen werden.

2. **Verbotene Übergänge - Auswahlregeln:** Nicht alle Dipolübergänge in einem Atom zwischen zwei Energieniveaus  $E_i$  und  $E_k$  sind, trotz endlicher Energiedifferenz, möglich. Ist der **Erwartungswert des  $\vec{M}_{ik}$  Übergangsdipolmomenten**  $\vec{p}_{ik}$ ,  $\vec{M}_{ik} = \langle \vec{p}_{ik} \rangle$  gleich 0, so wird der Übergang **nicht beobachtet**.  $\vec{M}_{ik}$  hängt von den **Wellenfunktionen der beiden Zustände**  $i$  und  $k$  gemäß  $\vec{M}_{ik} = e \cdot \int_V \psi_i^*(\vec{r}) \cdot \vec{r} \cdot \psi_k(\vec{r}) \cdot dV$  ab, wobei sich das Volumintegral über den gesamten Raum erstreckt. Zeigen Sie, dass für das Wasserstoffatom der **Übergang  $1s \rightarrow 2s$  verboten ist**.

*Hinweis:* Die Wellenfunktionen der beteiligten Zustände können der Literatur entnommen werden.

**Bitte Seite wenden!**

- 3. Zweiniveausystem:** In einem **Zweiniveausystem** mit zwei **Energieniveaus**  $E_1$  und  $E_2$  ( $E_1 < E_2$ ) in dem sich  $n = \text{const.}$  Atome befinden seien die **Besetzungszahlen** für die Energie  $E_1$   $n_1$  und für  $E_2$   $n_2$ . Es gilt daher  $n = n_1 + n_2$ . Befindet sich dieses System in einem **Strahlungsfeld mit der Energiedichte**  $w_\nu(\nu)$ , so kommt es zu spontaner und induzierter Emission, sowie zu Absorption von Photonen aus dem Strahlungsfeld. Die Ratengleichung für die Besetzungszahl  $n_2$  lautet:

$$\frac{dn_2}{dt} = B_{12} \cdot w_\nu(\nu) \cdot n_1 - B_{21} \cdot w_\nu(\nu) \cdot n_2 - A_{21} \cdot n_2$$

Dabei sind  $A_{21}$ ,  $B_{12}$  und  $B_{21}$  in dieser Reihenfolge die Einstein Koeffizienten für spontane Emission, spontane Absorption und induzierte Emission eines Photons. Bei gleichem statistischem Gewicht des Überganges gilt  $B_{12} = B_{21}$ .

- Wie lautet die **Ratengleichung für die Besetzungszahl**  $n_1$  ?
- Lösen Sie die Differentialgleichung für die **Anfangsbedingung**  $n_1 = n$ .
- Bestimmen Sie das Verhältnis  $n_2/n_1$  für den **stationären Zustand**, also für große Zeiten  $t$ , und erklären Sie aus dieser Lösung heraus, warum in einem Zweiniveausystem **keine Besetzungszahleninversion** erreicht werden kann. (Lösung:  $\frac{n_2}{n_1} = \frac{B_{12} \cdot w_\nu(\nu)}{B_{12} \cdot w_\nu(\nu) + A_{21}}$ )

- 4. Isolation einer Lasermode:** Die Länge des Laserresonators für einen **Ar-Lasers** betrage  $L = 120 \text{ cm}$ . Der Laser werde bei  $T = 5000 \text{ K}$  betrieben. Mittels eines **Fabry-Perot Interferometers (FPI)** soll die Mode mit  $\lambda = 488 \text{ nm}$  isoliert werden.

- Wie groß darf die **Dicke**  $d$  der Schicht zwischen den Reflektoren des FPI (Brechungsindex  $n = 1,5$ ) maximal sein, damit nur ein Transmissionsmaximum des FPI in die Dopplerbreite  $\Delta\nu_D$  passt? (Lösung:  $d = 2 \text{ cm}$ )
- Wie groß muß die **Reflektivität**  $R$  der **Reflektorschichten** des FPI sein, damit die **Transmission**  $T$  bei der Nachbar-Resonatormode auf  $T = 1/3$  gesunken ist? (Lösung:  $R = 0,895$ )

Hinweis: Die Transmissionscharakteristik eines Fabry-Perot Interferometers kann als bekannt vorausgesetzt werden; Molare Masse von Ar:  $40 \text{ g/mol}$ .