

Assoc.Prof. Dr. R.A. Wilhelm

wilhelm@iap.tuwien.ac.at

TU Wien - Grundlagen der Physik III (134.125) 2023W

07.12.2023

Aufgabe 07.1 - 2 Pkt.

(a) Berechnen Sie mit Hilfe der Schrödinger-Gleichung die Wellenfunktion und die Energie für den Grundzustand des Wasserstoffatoms (1s-Zustand) unter der Annahme, dass $\psi(r)$ Kugelsymmetrie hat.

Es gilt:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d\psi}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V(r)) \cdot \psi = 0$$

$$V(r) = -\frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r}$$

(b) Normieren Sie die Lösung.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit W das Elektron außerhalb des Bohrradius a_0 , d.h. im Bereich $r > a_0$, zu finden.

Integrationsstrick:

$$\int r^n e^{-\beta r} dr = (-\partial/\partial\beta)^n \int e^{-\beta r} dr$$

$$= (-\partial/\partial\beta)^n (-e^{-\beta r}/\beta)$$

Aufgabe 07.2 - 3 Pkt.

Berechnen Sie den Mittelwert der z -Komponente des Drehimpulses beim Wasserstoffatom im Quantenzustand $n = 2, \ell = 1, m = 1$.

Es gilt:

$$\int \sin^3 ax \cdot dx = -\frac{1}{a} \cos ax + \frac{1}{3a} \cos^3 ax$$

$$\int x^4 e^{ax} dx$$

$$= \frac{e^{ax}}{a^5} (24 - 24ax + 12a^2x^2 - 4a^3x^3 + a^4x^4)$$

$$\psi_{2,1,1} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{r}{a_0} \cdot e^{-\frac{r}{2a_0}} \sin\vartheta \cdot e^{i\varphi}$$

(siehe Demtröder 3, 3. Aufl., S 155, Tab. 5.2)

Lösung: $\langle L_z \rangle = \hbar$

Aufgabe 07.3 - 3 Pkt.

In einem äußeren Magnetfeld werden atomaren Energieniveaus durch den Zeeman-Effekt verschoben.

(a) Elektrische Dipol-Übergänge zwischen den Energieniveaus sind nur dann erlaubt, wenn die Auswahlregeln $\Delta\ell = \pm 1$ und $\Delta m_\ell = 0, \pm 1$ erfüllt sind. Wie lauten die möglichen Übergänge zwischen der $n = 2$ und der $n = 1$ Schale des Wasserstoffatoms?

(b) Was wird bei einer spektroskopischen Messung dieser Übergänge beobachtet, wenn die Stärke des Magnetfeldes erhöht wird? Illustrieren Sie ihr Ergebnis.

(c) Berechnen Sie die Zeeman-Aufspaltung (Einfluss auf Wellenlänge) der Spektrallinien in einem Magnetfeld von

(c1) $B = 10 \text{ T}$.

(c2) $B = 10^{-4} \text{ T}$ (dem Erdmagnetfeld).

Lösung: (c1) 6.91 pm, (c2) 69.1 nm

Aufgabe 07.4 - 3 Pkt.

Welche Spektrallinien kann man in der Emission von H-Atomen beobachten, wenn diese durch Elektronenstoß eine Anregungsenergie von $E = 13.3 \text{ eV}$ erhalten?