Grundlagen der Physik III - Übungen

Assoc.Prof. Dr. R.A. Wilhelm
wilhelm@iap.tuwien.ac.at
TU Wien - Grundlagen der Physik III (134.125) 2023W

INSTITUT FÜR ANGEWANDTE PHYSIK
Institute of Applied Physics

11.01.2024

Aufgabe 09.1 - 2 Pkt.

Damit im Röntgenspektrum eines Elements eine K-Linie beobachtet werden kann, muss zunächst eines der Elektronen der K-Schale (mit $n = 1$) aus dem Atom entfernt werden. Dazu beschießt man das Metall gewöhnlich mit Elektronen, deren Energie so hoch ist, dass ein solches stark gebundenes Elektron herausgeschlagen wird. Welche Elektronenenergie ist mindestens nötig, damit K-Linien bei
(a) Wolfram,
(b) Molybdän bzw.
(c) Kupfer
beobachtet werden können? Vergleichen Sie die Werte, die sie mit dem Moseley'schem Gesetz erhalten mit jenen von der „X- ray Transition Energies Database" des NIST (https://www.nist.gov/pml/x-ray-transition-energies-database, Punkt 5 "Search the Database") .

Hinweis: Verwenden Sie der Einfachheit die Näherung der Abschirmung für "leichte" Elemente $S = 1$ und diskutieren Sie die Auswirkung dieser Näherung insbesondere im Hinblick auf die aus der NIST-Datenbank entnommenen Werte.

Lösung: (a) 72.5 keV, (b) 22.9 keV, (c) 10.7 keV

Aufgabe 09.2 - 1 Pkt.

Berechnen Sie das kurzwellige Wellenlängenlimit des kontinuierlichen Röntgenspektrums, wenn die Elektronen mit einer Geschwindigkeit von $0.85c$ auf die Röntgenanode aufprallen.

Lösung: 2.7 pm

Aufgabe 09.3 - 2 Pkt.

Sie wissen, dass die Wellenlänge der Eisen K_α-Linie bei ca. 193 pm liegt. Berechnen sie damit die Wellenlänge der Kupfer K_α - Linie.

Hinweis: Verwenden Sie der Einfachheit die Näherung der Abschirmung für "leichte" Elemente $S = 1$.
Lösung: 154 nm

Aufgabe 09.4 - 3 Pkt.

Gegeben sei ein System von N Atomen mit 3 diskreten, nicht entarteten ($g_1 = g_2 = g_3 = 1$; bzw. $B_{12} = B_{21} = B$) Energieniveaus $E_1 < E_3 < E_2$. Ein Laser mit geeigneter Wellenlänge λ regt das System von Zustand 1 in Zustand 2 an. Dieser angeregte Zustand kann dann auf drei Arten zerfallen:
Direkt in den Zustand 1 durch spontane Emission (A_{21}) oder
induzierte Emission ($w_\nu B_{21}$), oder
indirekt über den Zustand 3 ($A_{23} \to A_{31}$) (wobei $AundB$ die Einsteinkoeffzienten sind).

(a) Stellen Sie die Ratengleichungen für alle 3 Niveaus auf.
(b) Unter der Annahme, dass die spontane Emission von Niveau 2 auf 1 vernachlässigt werden kann ($A_{21} = 0$), leiten Sie für die stationäre Lösung der Ratengleichungen ($dN_i/dt = 0$) eine Beziehung zwischen N_3 und N der folgenden Form ab: $N_3 = N \cdot f(w_\nu B, A_{23}, A_{31})$.
(c) Bilden Sie den Grenzwert für sehr hohe Energiedichte: $N_3(w_\nu \to \infty)$.

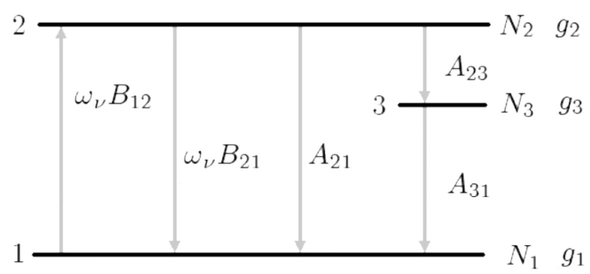

Figure 1: Niveauschema des Problems.

Aufgabe 09.5 - 3 Pkt.

Ein Laserstrahl der Leistung $100\,\mathrm{mW}$ durchläuft eine Absorptionszelle mit dem Absorptionskoeffizienten $\alpha = 10^{-6}\,\mathrm{cm}^{-1}$. Wie viele Fluoreszenzphotonen mit einer Wellenlänge von $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$ werden pro cm Weglänge emittiert, wenn jedes absorbierte Laserphoton genau ein Fluoreszenzphoton zur Folge hat? Wie groß ist der Ausgangsstrom eines Photodetektors, wenn er die von einem cm Länge emittierte Fluoreszenz in einen Raumwinkel von 0.2 Steradiant erfasst, seine Kathode einen Quantenwirkungsgrad von 20% und der Detektor eine Stromverstärkung von 10^6 hat?

Hinweis: Unter Stromverstärkung versteht man den Faktor zwischen ausgegebenen Strom pro freigesetztem Photoelektronenstrom (Photoelektron pro Zeit).

Lösung: Ausgangsstrom 0.13 mA

Aufgabe 09.6 - 4 Pkt.

Laserkühlung von Atomen: Für diese Methode wurde im Jahre 1997 der Nobelpreis für Physik vergeben. Die Grundidee dazu ist, dass ein Atom durch ein Photon in einen angeregten Zustand versetzt wird. Hierbei tritt ein Impulsübertrag auf ein Atom auf. Das Atom verbleibt in dem angeregten Zustand für einen bestimmte Zeit (τ) und emittiert dann das Photon wieder. Erfolgt die Anregung durch einen monochromatischen kollimierten Laserstrahl, so findet bei jedem Zyklus ein gerichteter Impulsübertrag statt. Die Re-Emission des Photons ist aber ungerichtet. Daher findet im Mittel vieler Zyklen nur bei der Anregung ein Nettoimpulsübertrag statt. Wir betrachten nun einen Strahl aus Natriumatomen (relative Atommasse: $23\,\mathrm{AME}$, $\lambda = 589\,\mathrm{nm}$, $\tau = 16\,\mathrm{ns}$).

(a) In welche Richtung muss sich das Atom relativ zur Lichtquelle bewegen, damit ein maximaler Bremseffekt entsteht? Wie groß ist dann der Nettoimpulsübertrag? Wie viele Zyklen braucht man, um Atome mit einer Geschwindigkeit von v $= 500\,\mathrm{m}/s$ auf nahezu 0 abzubremsen?

(b) Für eine Zykluszeit gleich τ wirkt welche Beschleunigung? Wie lange braucht man für den Bremsvorgang gemäß a)?

(c) Bisher hatten wir einen wesentlichen Aspekt außer Acht gelassen. Einerseits haben die Natriumatome eine gewisse Geschwindigkeitsverteilung und andererseits ist auch die Resonanzfrequenz aufgrund des Dopplereffektes von der Geschwindigkeit v abhängig. Der wesentliche Trick ist nun, dass man einen Laser hat, den man von Zyklus zu Zyklus mit der Resonanzfrequenz der abgebremsten Atome mitführt. Man sammelt also erst die schnellsten Atome ein, dann immer langsamere Atome, bis man bei $v = 0\,\mathrm{m}/s$ angelangt ist. Wie schnell (in Hz/s) muss man die Laserfrequenz verstimmen können?

(d) Da man die Atome in diskreten Impulsschritten abbremst, ergibt sich eine untere Grenze für das Laserkühlen (sogenanntes Rückstoßlimit). Berechnen Sie näherungsweise die mittlere Geschwindigkeit $< v >$ der abgebremsten Atome und die entsprechende Temperatur.

Lösung: (a) 16970 Absorptions- und Emissionszyklen, (b) Gesamtzeit 0.272 ms, (c) $3.12 \cdot 10^{12}$ Hz/s, (d) 0.15 μK, wobei dieser Wert unter groben Näherungen gewonnen wurde und der Wert in der Realität darüber liegt.