

4. Angabezettel WS 2004/2005
135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung

23)

Separieren Sie die inhomogene d'Alembertsche Differentialgleichung (in 3+1 Dimensionen)

$$\Phi = \left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Phi = \lambda\Phi$$

im kartesischen Koordinatensystem.

24)

Separieren Sie die homogene Laplace-Gleichung $\Delta\Phi = 0$ in parabolischen Zylinderkoordinaten

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\xi\eta} \cos \varphi \\ \sqrt{\xi\eta} \sin \varphi \\ \frac{1}{2}(\xi - \eta) \end{pmatrix}.$$

25)

Stellen Sie den Differentialoperator $L(w) = z^2 w'' + zw'$ für $0 < z < \infty$ in der Gestalt des Sturm-Liouville-Differentialoperators $\frac{1}{p(z)} \left[-\frac{d}{dz} \left(f(z) \frac{d}{dz} \right) + g(z) \right]$ dar.

26)

Bringen Sie

$$L(y) = -x^2 y'' + xy' + y$$

$0 < x < \infty$ auf die Gestalt des Sturm-Liouville-Differentialoperators.

27)

Transformieren Sie die Differentialgleichung

$$L(y) = x^3 \left[- \left(\frac{y'}{x} \right)' + \frac{y}{x^3} \right] = \lambda y$$

durch die Sturm-Liouville-Transformation.

28)

Verifizieren Sie für das obige Ergebnis, dass der Ansatz

$$y(x) = Y(h(x))H(x)$$

tatsächlich die gewünschte Form der Differentialgleichung ergibt.