6. Angabezettel WS 2004/2005
135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung

(Wiederholung)

35)

(i) Berechnen Sie $\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{r}}{r^5}\right)$;

(ii) Berechnen Sie $\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^5}\right)$

(iii) Beweisen Sie $\vec{\nabla}(\vec{A}\vec{B}) = \vec{A}(\vec{\nabla}\vec{B}) + (\vec{A}\times\vec{\nabla})\times\vec{B} + \vec{B}(\vec{\nabla}\vec{A}) + (\vec{B}\times\vec{\nabla})\times\vec{A}$.
mit $\vec{r} = (r_1, r_2, r_3)$, $A = A(\vec{r})$, $B = B(\vec{r})$ und $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{r_1}, \frac{\partial}{r_2}, \frac{\partial}{r_3}\right)$.

36)

Untersuchen Sie, ob der Tensor A, dessen Komponenten

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} -x_1x_3 + x_1^2 & 0 & -x_3^2 + x_1x_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ x_1^2 + x_1x_3 & 0 & x_3^2 + x_1x_3 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Standardbasis gegeben sind, ein (form)invarianter Tensor zweiter Stufe gegenüber Drehungen in der x_1-x_3-Ebene ist.

37)

Transformieren Sie die Laplace-Gleichung in Zylinderkoordinaten. Geben Sie den Maßtensor an. Führen Sie den Separationsansatz durch.

38)

Stellen Sie $L(w) = z^2 w''(z) + zw'(z) + w(z)$ für $0 < z$ in der Gestalt des Sturm-Liouville-Differentialoperators dar. Ist $L(w)$ selbstadjungiert?

39)

Transformieren Sie die Gleichung $u'' + 2\pi u' + \pi^2 u = 0$ in ihre selbstadjungierte Form.

40)

Wie lauten die normierten Eigenfunktionen der Differentialgleichung $-x^2 y'' - 3xy' - y = \lambda y$, $1 \leq x \leq 2$ mit den Randbedingungen $y(1) = y(2) = 0$?