

8. Angabezettel WS 2005/2006
135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung

50)

Berechnen Sie das folgende Integral:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \delta(x^2 - 5xy + 6y^2) \delta(64x^2 - 320xy + 400y^2 + 4x + 18y + 9) \varphi(x, y) \quad .$$

51)

Beweisen Sie

$$\delta(f(x)) = \sum_{x_i} \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|}$$

für $f(x_i) = 0$, $f'(x_i) \neq 0$ nach folgender Anleitung: Zerlegen Sie das Intervall $] -\infty, \infty[$ in Teile mit einer Nullstelle von f , wo f invertierbar ist; und substituieren Sie $f(x) = y$.

52)

Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^4 \delta(B^4(x - B)) dx \quad .$$

53)

Ist $\{f_n\}$ mit $n = 1/b$ und

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{b\pi}} e^{-\frac{x^2}{b}}$$

eine Deltafolge? Hinweis: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$

54)

Ist $\{f_n\}$ mit

$$f_n = \begin{cases} n & \text{für } -\frac{1}{2n} < x < \frac{1}{2n} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

eine Deltafolge?

55)

Berechnen Sie die n -te Derivierte der verallgemeinerten Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1; \\ \operatorname{sgn}x, & -1 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$