

1. Angabezettel WS 2006/2007
135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung

1)

Berechnen Sie im n -dimensionalen Vektorraum explizit δ_{ii} und ϵ_{iji} ;

2)

Vereinfachen und berechnen Sie $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{a})$;

3)

Vereinfachen und berechnen Sie $\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})$;

4)

Vereinfachen und berechnen Sie mit Hilfe der Indeschreibweise $\text{div rot } \mathbf{v}$;

5)

Vereinfachen und berechnen Sie mit Hilfe der Indeschreibweise $\text{rot grad } u$;

6)

Vereinfachen und berechnen Sie mit Hilfe der Indeschreibweise $\text{rot rot } \mathbf{v}$,

7)

Stellen Sie $\mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v})$ als Divergenz eines Tensors zweiter Stufe dar.

8)

Beweisen Sie, dass die Spur von einem Produkt von drei und mehr Matrizen invariant bzgl. zyklischer Vertauschung ist.

9)

Vereinfachen und berechnen Sie $\vec{a} \times [\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a})]$;

10)

Vereinfachen und berechnen Sie $\vec{a} \times [\vec{\nabla} \times \vec{x} \sin(bx)]$, wobei $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ und b Konstante sind und $x = |\vec{x}|$.

11)

Vereinfachen und berechnen Sie $\vec{\nabla} [r^l \sin(\vec{q}\vec{r})]$, wobei $0 < l = \text{const.}$ und $q_i = \text{const.}$

12)

Vereinfachen und berechnen Sie $\vec{\nabla} \cdot [r^7 \vec{q} + r^8 \vec{r}]$, wobei $q_i = \text{const.}$

13)

Vereinfachen und berechnen Sie

$$\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{x})].$$

14)

Gilt

$$\vec{a} \times [\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d})] \stackrel{?}{=} (\vec{d} \times \vec{a}) \times (\vec{b} \times \vec{c})$$

Bitte führen Sie die Berechnung explizite durch.

15)

Vereinfachen und berechnen Sie

$$\vec{\nabla} \times g(|\vec{x}|) \vec{\nabla} f(|\vec{x}|),$$

wobei f, g Skalarfelder sind.

16)

Die Komponenten eines Tensors zweiter Stufe A bezüglich der Basis $\{(1,0), (0,1)\}$ lauten $A_{11} = 1, A_{12} = 2, A_{21} = 3, A_{22} = 4$. Berechnen Sie die Komponenten von A bezüglich einer um den Winkel φ im Uhrzeigersinn gedrehten Basis.