

**5. Angabezettel WS 2006/2007**  
**135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung**

43)

Berechnen Sie

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(y^2 - z^2) \delta(z^2 - x^2) g(x, y, z) dx dy dz ,$$

wobei  $g(x, y, z)$  eine ungerade Funktion im zweiten Argument  $y$  und eine gerade Funktion im dritten Argument  $z$  ist.

44)

Berechnen Sie

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x^2 + y^2 + z^2 - R^2) dx dy dz .$$

Hinweis: transformieren Sie auf Kugelkoordinaten.

45)

Berechnen Sie durch Anwendung auf Testfunktionen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ne^{-x^4}}{1 + n^4 x^4} .$$

Hinweis:  $\int_{-\infty}^{\infty} dx/(1+x^4) = \pi/\sqrt{2}$ .

46)

Gegeben ist

$$f(x) = \begin{cases} |x| + \delta(x) & -1 < x < 1; \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen Sie  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-x^2} dx$  und  $\int_{-\infty}^{\infty} f'(x)e^{-x^2} dx$ . Hinweis: die Ableitung von  $e^{-x^2}$  ist  $-2xe^{-x^2}$ .

47)

Berechnen Sie die  $n$ -te Derivierte der verallgemeinerten Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < -1; \\ \operatorname{sgn}x, & x \geq -1. \end{cases}$$

48)

Überprüfen Sie, ob

$$G(x, x') = \sinh(x - x')\theta(x - x')$$

Green'sche Funktion des Differentialoperators  $L_x = \frac{d^2}{dx^2} - 1$  ist.

49)

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) = t$$

auf dem Intervall  $[0, 1]$  mit den Randbedingungen  $y(0) = y(1) = 0$  mit Hilfe der an die Randbedingungen angepaßten Greenschen Funktion. [Hinweis: wählen Sie den Hilfsweg durch  $k^2 \rightarrow k^2 + i\varepsilon$ ,  $\varepsilon \geq 0$ , mit nachfolgendem  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Eine Überprüfung der "Harmlosigkeit" der Integrationswege kann entfallen.]

50)

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$\left(\frac{d}{dt} + 1\right)y(t) = e^t$$

auf  $t \in [0, \infty)$  unter der Randbedingung  $y(0) = 0$  mit Hilfe der Greensfunktionen.