

6. Angabezettel WS 2007/2008
135.044 Mathematische Methoden der Theoretischen
Physik—Übung

43)

Untersuchen Sie, ob folgende Differentialgleichung der Fuchsschen Klasse angehört und geben Sie eine Lösungsbasis an:

$$z^2 w'' + z w' - w = 0,$$

44)

Bestimmen Sie die charakteristischen Exponenten der Differentialgleichung

$$(x+1)^2 y'' + 3(x^2 - 1)y' + 3y = 0 \quad .$$

Gehört diese Differentialgleichung der Fuchsschen Klasse an?

45)

Zeigen Sie, dass für $|z| < 1$

$$F(1, \beta, \beta; z) = F\left(\frac{3}{2}, 1, \frac{3}{2}; z\right) = \frac{1}{1-z} \quad .$$

46)

Zeigen Sie, daß für $0 < x < 1$

$$F\left(1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; x\right) = 3 \left[\frac{1}{2x^{3/2}} \log \left(\frac{1+x^{1/2}}{1-x^{1/2}} \right) - \frac{1}{x} \right] \quad .$$

Hinweis: $\log \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} x^{2k-1}$ für $x^2 < 1$.