# 7. Angabezettel WS 2008/2009
# 135.044 Mathematische Methoden der Theoretischen Physik—Übungen

40)

Bestimmen Sie die charakteristischen Exponenten der Differentialgleichung

$$(x+1)^2 y'' + 3(x^2-1)y' + 3y = 0 \qquad .$$

Gehört die Differentialgleichung der Fuchs'schen Klasse an?

41)

Finden Sie *eine* Lösung der Differentialgleichung

$$w''(z) + \frac{3}{z} w'(z) + \left(1 + \frac{3}{4z^2}\right) w(z) = 0$$

um die Stelle $z = 0$ mit Hilfe des verallgemeinerten Potenzreihenansatzes. Gehört die Differentialgleichung der Fuchs'schen Klasse an?

42)

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x,t) = \sqrt{1 - 2xt + t^2}$$

mit Hilfe der erzeugenden Funktion der Legendre–Polynome in eine Legendre–Reihe mit von $t$ abhängigen Entwicklungskoeffizienten. [Hinweis: für $l > 0$ gilt $P'_{l+1}(x) - P'_{l-1}(x) = (2l+1)P_l(x)$, weiters ist $P_0(x) = 1$ und $P_1(x) = x$.]

43)

Drücken Sie

$$z \lim_{a \to \infty} \Phi\left(a, \frac{3}{2}; \frac{z^2}{4a}\right)$$

als elementare Funktion aus.

44)

Bestimmen Sie $F(\frac{3}{2},1,\frac{1}{2};x)$ für $x<1$. [Hinweis: $\sum_{k=0}^{\infty}(a+kr)q^k = a/(1-q)+rq/(1-q)^2$.]

45)

Berechnen Sie, unter Verwendung von $\frac{d}{dx}F(a,b,c;x) = \frac{ab}{c}F(a+1,b+1,c+1;x)$,
(i) $\frac{d}{dx}[xF(1,1,2,-x)]$ für $|x|<1$;
(ii) $xF(1,1,2,-x)$ durch Integration von (i) und Einsetzen eines bestimmten $x$-Wertes.

46)

Lösen Sie die homogene Laplacegleichung für das Innere einer Kugel vom Radius $a$ unter der Randbedingung

$$u(a,\theta,\varphi) = A\sin^2\theta\cos 2\varphi.$$

Hinweis $P_2^2(x) = 3(1-x^2)$ und $P_l^{-m}(x) = (-1)^m\frac{(l-m)!}{(l+m)!}P_l^m(x)$.

47)

Passen Sie die Lösung der homogenen Laplacegleichung *für das Innere* einer Kugel mit dem Radius $a$ an die folgende Randbedingung an:

$$u(a,\theta,\varphi) = \gamma\cos\theta \qquad .$$

$\sim \quad \sim \quad \sim$