1. Angabezettel WS 2009/2010
135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung
“Wiederholung”

1)

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\right]^2 = ?$$

2)

$\int e^{-t}\,dt = ?$

3)

$\frac{d}{dx} f(g(e^{-x/2})) = ?$

4)

$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx = ?.$
(Hinweis: Setzen Sie “ins Komplexe” fort.)

5)

Berechnen Sie die Projektionen (Projektionsoperatoren), welche zu den eindimensionalen Teilräumen eines zweidimensionalen Hilbertraumes, die von den folgenden Vektoren aufgespannt werden (und deren Komponenten bezüglich der kartesischen Standard-Basis gegeben sind)
(i) $(0,1)$,
(ii) $(1,1)$,
(iii) $(1,-1)$, äquivalent sind. Beweisen Sie, dass es sich um Projektionen handelt.

6)

Berechnen Sie die Projektionen (Projektionsoperatoren), welche zu den eindimensionalen Teilräumen eines vierdimensionalen Hilbertraumes, die von den folgenden Vektoren aufgespannt werden (und deren Komponenten bezüglich der kartesischen Standard-Basis gegeben sind)
(i) $(1,0,0,1)$,
(ii) $(1,0,0,-1)$,
(iii) $(0,1,1,0)$,
(iii) $(0,1,-1,0)$, äquivalent sind. Beweisen Sie, dass es sich um Projektionen handelt. Sind diese orthogonal und wenn ja, warum?

7)

Für das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v} = (x_3, x_1, -3x_2^2 x_3)$ ist das Oberflächenintegral $\int_{\mathcal{F}} \vec{v} \cdot d\vec{f}$ zu berechnen. Die Fläche $\mathcal{F}$ ist jener Teil der Oberfläche des Zylinders $x_1^2 + x_2^2 = 16$, der im ersten Oktanten zwischen $x_3 = 0$ und $x_3 = 5$ liegt.

8)

(i) Berechnen Sie $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\Phi)$;
(ii) Beweisen Sie, daß das Vektorprodukt nicht assoziativ ist, dh.
$(\vec{x} \times \vec{y}) \times \vec{z} \neq \vec{x} \times (\vec{y} \times \vec{z})$.

9)

Berechnen Sie (i) die Divergenz und (ii) den Rotor des Feldes $\vec{A} = \frac{\vec{p}}{r}$, wobei die $p_i = p_i\left(t - \frac{r}{c}\right)$ Funktionen von $\left(t - \frac{r}{c}\right)$ sind und t und c konstante Parameter.

10)

Man verifiziere den Integralsatz von Gauß für das Vektorfeld $\vec{A} = (4x, -2y^2, z^2)$ und das von den Flächen $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ und $z = 3$ begrenzte Volumen.

11)

Man verifizieren den Integralsatz von Stokes am Beispiel des Vektorfeldes $\vec{B} = (yz, -xz, 0)$. Integrationsfläche ist die Kugelkalotte, die durch die Ebene $z = a/\sqrt{2}$ von einer Kugel vom Radius a um den Ursprung abgetrennt wird.