

**3. Angabezettel WS 2009/2010**  
**135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung**

21)

Gegeben sind neue Koordinaten

$$\bar{x} = 3x + 4y,$$

$$\bar{y} = -4x + 3y.$$

Gesucht sind

- (i) die Transformationsmatrix,
- (ii) der Maßtensor, und
- (iii) die Koordinaten der neuen Basisvektoren im “alten” kartesischen Basissystem.
- (iv) Ist die neue Basis orthogonal (bitte den Grund für die Antwort angeben)?

22)

Die Komponenten eines Tensors zweiter Stufe  $A$  bezüglich der Basis  $\{(1, 0), (0, 1)\}$  lauten  $A_{11} = 1, A_{12} = 1, A_{21} = 1, A_{22} = -1$ .

- (i) Berechnen Sie allgemein die Komponenten von  $A$  bezüglich einer um den Winkel  $\varphi$  im Uhrzeigersinn gedrehten Basis.
- (ii) Berechnen Sie die Komponenten von  $A$  bezüglich einer um den Winkel  $\pi/2$  im Uhrzeigersinn gedrehten Basis.
- (iii) Berechnen Sie die Komponenten von  $A$  bezüglich einer um den Winkel  $\pi$  im Uhrzeigersinn gedrehten Basis.

23)

Gegeben  $A_k = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}B_{ij}$  mit  $B_{ij} = -B_{ji}$ . Vereinfachen Sie  $\varepsilon_{mnk}A_k$ .

24)

Beweisen Sie folgende Gleichung (aus der Algebra der Drehimpulsen in der Quantenmechanik):

$$\mathcal{L}_i \mathcal{L}_j - \mathcal{L}_j \mathcal{L}_i = i \varepsilon_{ijk} \mathcal{L}_k$$

wobei  $\mathcal{L}$  definiert ist als:

$$\mathcal{L}_i = -i \varepsilon_{ijk} x_j \partial_k.$$

25)

Gegeben sei der Tensor (aus der klassischen Mechanik/Trägheitsmoment)  $I_{ij} = m(x^2 \delta_{ij} - x_i x_j)$ . Zeigen Sie, dass  $I$  sich schreiben lässt als  $I_{ij} = -M_{il} M_{lj}$  mit  $M_{ij} = \sqrt{m} \varepsilon_{ijk} x_k$ .

~ ~ ~