

8. Angabezettel WS 2009/2010
135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung

48)

Transformieren Sie die Differentialgleichung $L(w) = -z^2 w'' + 5zw' = \lambda w$ durch die Sturm-Liouville-Transformation, und lösen Sie die Differentialgleichung im Spezialfall $\lambda = 9$ unter den Randbedingungen $w(1) = w(e) = 1$.

49)

Berechnen Sie die Fouriertransformierte der Gaußverteilung

$$f(x) = e^{-x^2} \quad .$$

Hinweis: Ergänzen Sie die Exponenten im Integranden zu einem Quadrat und transformieren Sie dann auf $t = x - ik/2$. Die Funktion e^{-t^2} ist analytisch im Streifen $-k \leq \text{Im}t \leq 0$; weiters ist

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-t^2} = \pi^{1/2} \quad .$$

50)

Zeigen Sie, dass

$$\varphi_{\sigma,a}(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{1-((x-a)/\sigma)^2}} & \text{für } \left| \frac{x-a}{\sigma} \right| < 1; \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

sich als Testfunktion eignet. Hinweis: Welche Kriterien muss eine Testfunktion erfüllen?

51)

Ist obige Funktion $\varphi_{\sigma,a}(x)$ in der komplexen Ebene in eine Taylorreihe entwickelbar?

52)

Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes für $a \neq 0$:

$$\delta(a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iat} dt \quad .$$

53)

Vereinfachen Sie $\delta(z^2 - 1)$.

54)

Vereinfachen Sie $g(x)\delta((x-3)(x^2+10x+21))$.

55)

Vereinfachen Sie $h(s,t)\delta(s+8)\delta(s+t-7)$.

56)

Vereinfachen Sie $f(a,b,c)\delta(a^2-1)\delta(b)\delta(c)$.

57)

Berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(a,b,c)\delta(a^2-1)\delta(b)\delta(c)dadbd c$.

~~~~~