1. Angabezettel WS 2010/2011
135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung

1)

"Fingerübung I": $\left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\right]^2 = ?$

2)

"Fingerübung II": $\int e^{-t}\, dt = ?$

3)

"Fingerübung IV": $\frac{d}{dx} f(g(e^{-x/2})) = ?$

4)

"Fingerübung IV" — bitte werten Sie das Integral durch "Fortsetzung in die komplexe Ebene" aus: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\, dx = ?$

5)

Berechnen Sie das Tensorprodukt dreier Tensoren erster Stufe $(1,2)$ $(3,5)$ und $(7,11)$ bezüglich der Basis $\{(1,0),(0,1)\}$. Sind diese Tensoren drehinvariant?

6)

Berechnen Sie das Tensorprodukt dreier Tensoren $(0,1)$ $(1,0)$ und $\mathrm{diag}(1,1)$ bezüglich der Basis $\{(1,0),(0,1)\}$, wobei diag die Diagonalmatrix ist. Ist $\mathrm{diag}(1,1)$ bezüglich der Basis $\{(1,0),(0,1)\}$ drehinvariant?

7)

Berechnen Sie das Tensorprodukt $\sigma_1 \otimes \sigma_3$ zweier Tensoren σ_1, σ_3 zweiter Stufe, dargestellt als Matrix

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis $\{(1,0),(0,1)\}$.

8)

Ist das Tensorprodukt kommutativ? Bitte begründen Sie Ihre Antwort durch ein Argument in Komponentenschreibweise. Geben Sie ein Beispiel mit Tensoren zweiter Stufe, etwa aus dem vorigen Beispiel.

9)

Ist das Tensorprodukt assoziativ? Bitte begründen Sie Ihre Antwort durch ein Argument in Komponentenschreibweise.

10)

Vereinfachen und berechnen Sie
$\vec{A}\left[\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})-\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})\right]$,
wobei $\vec{A}(x)$ ein Vektorfeld ist.

11)

Vereinfachen und berechnen Sie
$\vec{x}\left[\vec{x}\times\vec{\nabla}f(x)\right]$,
wobei $f(x)$ ein Skalarfeld und $x=|\vec{x}|$ ist.

12)

Vereinfachen und berechnen Sie
$\vec{A}\times\left[\vec{\nabla}\times(\vec{B}+\vec{x})f(x)\right]$,
wobei $\vec{A}(x)$ ein Vektorfeld, $f(x)$ ein Skalarfeld, $\vec{B}=const.$ und $x=|\vec{x}|$ ist.