

**3. Angabezettel WS 2010/2011**  
**135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung**

22)

Gegeben sind neue Koordinaten

$$\bar{x} = 3x + 4y,$$

$$\bar{y} = -4x + 3y.$$

Gesucht sind

- (i) die Transformationsmatrix,
- (ii) der Maßtensor, und
- (iii) die Koordinaten der neuen Basisvektoren im “alten” kartesischen Basissystem.
- (iv) Ist die neue Basis orthogonal (Grund für die Antwort angeben)?

23)

Die Komponenten eines Tensors zweiter Stufe  $A$  bezüglich der Basis  $\{(1, 0), (0, 1)\}$  lauten  $A_{11} = 1, A_{12} = 1, A_{21} = 1, A_{22} = -1$ .

- (i) Berechnen Sie allgemein die Komponenten von  $A$  bezüglich einer um den Winkel  $\varphi$  im Uhrzeigersinn gedrehten Basis.
- (ii) Berechnen Sie die Komponenten von  $A$  bezüglich einer um den Winkel  $\pi/2$  im Uhrzeigersinn gedrehten Basis.
- (iii) Berechnen Sie die Komponenten von  $A$  bezüglich einer um den Winkel  $\pi$  im Uhrzeigersinn gedrehten Basis.

24)

Gegeben  $A_k = \frac{1}{2}\epsilon_{ijk}B_{ij}$  mit  $B_{ij} = -B_{ji}$ . Vereinfachen Sie  $\epsilon_{mnk}A_k$ .

25)

Beweisen Sie folgende Gleichung (aus der Algebra der Drehimpulsen in der Quantenmechanik):  $\mathcal{L}_i\mathcal{L}_j - \mathcal{L}_j\mathcal{L}_i = i\epsilon_{ijk}\mathcal{L}_k$  wobei  $\mathcal{L}$  definiert ist als:  $\mathcal{L}_i = -i\epsilon_{ijk}x_j\partial_k$ .

26)

Gegeben sei der Tensor (Trägheitsmoment der klassischen Mechanik)  $I_{ij} = m(x^2\delta_{ij} - x_ix_j)$ . Zeigen Sie, dass  $I$  sich schreiben lässt als  $I_{ij} = -M_{il}M_{lj}$  mit  $M_{ij} = \sqrt{m}\epsilon_{ijk}x_k$ .