4. Angabezettel WS 2010/2011
135.044 Mathematische Methoden in der Physik—Übung

27)

Separieren Sie die inhomogene d'Alembertsche Differentialgleichung (in 3+1 Dimensionen)

$$(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2})\Phi = \lambda\Phi$$

im kartesischen Koordinatensystem.

28)

Separieren Sie die homogene Laplace-Gleichung $\triangle\Phi = 0$ in parabolischen Zylinderkoordinaten

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\xi\eta}\cos\varphi \\ \sqrt{\xi\eta}\sin\varphi \\ \frac{1}{2}(\xi-\eta) \end{pmatrix}.$$

29)

Stellen Sie den Differentialoperator $L(w) = z^2 w'' + zw'$ für $0 < z < \infty$ in der Gestalt des Sturm-Liouville-Differentialoperators $\frac{1}{p(z)}\left[-\frac{d}{dz}\left(f(z)\frac{d}{dz}\right) + g(z)\right]$ dar.

30)

Bringen Sie

$$L(y) = -x^2 y'' + xy' + y$$

$0 < x < \infty$ auf die Gestalt des Sturm-Liouville-Differentialoperators.

31)

Transformieren Sie die Differentialgleichung

$$L(y) = x^3 \left[-\left(\frac{y'}{x} \right)' + \frac{y}{x^3} \right] = \lambda y$$

durch die Sturm-Liouville-Transformation.

32)

Verifizieren Sie für das obige Ergebnis, dass der Ansatz

$$y(x) = Y(h(x))H(x)$$

tatsächlich die gewünschte Form der Differentialgleichung ergibt.