Name: Tutoriumsgruppe: Matr. Nr.:

Zahl der abgegebenen Blätter (inkl. Deckblatt und Multiple Choice Antwortbogen):

Mathematische Methoden der Theoretischen Physik (UE, 135.044)

1. Test, 6. 12. 2013, 2013W

1 Delta-Distribution (30 Punkte)

Berechnen und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \delta(x^2 - y + 1)\delta(x^2 + y - 3) y^x .$$

2 Transformationsmatrix (40 Punkte)

Gegeben seien zwei nicht-orthogonale Basen $\mathcal{B}' = \{\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2\}$ mit $\mathbf{f}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathcal{B}'' = \{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2\}$ mit $\mathbf{h}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{h}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Gegeben sei weiters ein Vektor $\mathbf{v}$ mit Koordinaten $\left(v'^1, v'^2\right) = (1, 1)$ in der Basis $\mathcal{B}'$.

a) Von einer zur nächsten Basis wird mittels $\mathbf{h}_i = a_i^{\,j} \mathbf{f}_j$ transformiert. Bestimmen Sie die Transformationsmatrix $a_i^{\,j}$ für die angegebenen Basisvektoren. [10]

b) Berechnen Sie die Koordinaten v''^i in der Basis $\mathcal{B}''$. [10]

c) Berechnen Sie den metrischen Tensor g''_{ij} für die Basis $\mathcal{B}''$ (wobei g_{ij} in der Standardbasis $\mathcal{B} = \{(1,0)^T, (0,1)^T\}$ die euklidische Metrik sei). [10]

d) Berechnen Sie für das Tensorfeld $A^{mn} = x^m v^n$ den Ausdruck [10]

$$t = g''_{ij} v''^i \frac{\partial}{\partial x''^k} \left(A''^{jk} - A''^{kj} \right) .$$

BITTE WENDEN

3 Multiple Choice Fragen - Gruppe A (30 Punkte)

(2 Punkte pro Frage)

Überprüfen Sie, dass die richtige Gruppe auf dem Antwortbogen angekreuzt ist!

A [X] B [ ] C [ ] D [ ] E [ ] F [ ]

Berechnen Sie für einen 3-dimensionalen Raum:

1) δ^i_i	a) 3	b) 2	c) anders	d) 1	e) 0
2) $\delta^i_i \delta^k_k$	a) 3	b) 2	c) anders	d) 1	e) 0
3) $\delta^i_k \delta^k_m \delta^m_i$	a) 1	b) 27	c) anders	d) 9	e) 3
4) $\varepsilon_{abc}\varepsilon_{cba}$	a) anders	b) 6	c) -6	d) -3	e) 3

Berechnen Sie:

5) $\int_{-\infty}^{\infty} x\,\delta(x-2)dx$	a) -1	b) 2	c) -2	d) anders	e) 1
6) $\int_{-\infty}^{-2} \delta(s-3)ds$	a) 1	b) -2	c) anders	d) -3	e) 2
7) $\int_{-\infty}^{\infty} 2t\,\delta(2t-2)dt$	a) 8	b) anders	c) 1	d) 4	e) 2

$\mathbf{E_x}$ sei der Projektor zum Vektor $\mathbf{x}$. Vereinfachen Sie:

8) $(\mathbf{1} + \mathbf{E_x})^2\,\mathbf{x}$	a) $2\mathbf{x}$	b) $\mathbf{x}$	c) $4\mathbf{x}$	d) anders	e) $8\mathbf{x}$
9) $(2 \times \mathbf{1} - \mathbf{E}_\mathbf{x}^2)\,\mathbf{x}$	a) $2\mathbf{x}$	b) $-2\mathbf{x}$	c) $-\mathbf{x}$	d) $\mathbf{x}$	e) anders

Berechnen Sie mit $r = \sqrt{\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}} \neq 0$ und $\mathbf{p}$ konstant (für eine dreidimensionale, orthonormale, euklidische Metrik):

10) ∇r	a) $\frac{\mathbf{x}}{2r}$	b) $\frac{\mathbf{x}}{r}$	c) anders	d) $\frac{\mathbf{x}}{2}$	e) $\mathbf{x}$
11) $\nabla\cdot(r\mathbf{x})$	a) $4r$	b) $2r$	c) anders	d) $3r$	e) r
12) $\mathbf{x}\cdot\nabla\left(\frac{1}{r}\right)$	a) $-\frac{1}{r}$	b) anders	c) -1	d) $-\frac{2}{r^2}$	e) $-\frac{1}{r^2}$
13) $\mathrm{rot}\,(\mathbf{x}\times\mathbf{p})$	a) $-\mathbf{p}$	b) $3\mathbf{p}$	c) anders	d) $-2\mathbf{p}$	e) $2\mathbf{p}$

Gegeben sei ein Quadrat $F = (\mathbf{ABCD})$, das von den Eckpunkten $\mathbf{A} = (0,0,0)^T$, $\mathbf{B} = (1,0,0)^T$, $\mathbf{C} = (1,1,0)^T$, $\mathbf{D} = (0,1,0)^T$ begrenzt wird, sowie ein Vektor $\mathbf{q} = (-2y, x, xy)^T$. Berechnen Sie:

14) $\int_\mathbf{C}^\mathbf{D} \mathbf{q}\cdot d\mathbf{s}$	a) 1	b) -1	c) -2	d) anders	e) 2
15) $\int_F \mathrm{rot}\mathbf{q}\cdot d\mathbf{f}$	a) 1	b) anders	c) 4	d) 3	e) 2