

Name: \_\_\_\_\_ Tutoriumsgruppe: \_\_\_\_\_ Matr. Nr.: \_\_\_\_\_  
Zahl der abgegebenen Blätter (alles außer Vorlesungsteil): \_\_\_\_\_

# Mathematische Methoden der Theoretischen Physik (UE, 135.044)

## 2. Test, 17. 01. 2014, 2013W

### 1 Greensche Funktion (30 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + 1\right)^2 y(x) = f(x).$$

- a) Leiten Sie die Fourier-Transformierte  $\tilde{G}(k)$  einer zugehörigen Greenschen Funktion schrittweise her. [15]
- b) Finden Sie die rücktransformierte Greensche Funktion  $G(x, x')$  mit Hilfe des Residuensatzes. [15]

### 2 Frobenius-Methode (40 Punkte)

- a) Gegeben sei folgende Differentialgleichung mit konstanten  $a, b$ :

$$xy' - ay - bxy = 0.$$

Geben Sie eine Lösungsbasis für  $b = 0$  mit Hilfe eines Ansatzes für eine generalisierte Potenzreihe für  $y(x)$  um den Punkt  $x_0 = 0$  an. [15]

- b) Finden Sie für  $b \neq 0$  eine Rekursionsformel für die Koeffizienten der generalisierten Potenzreihenentwicklung der Lösung an der Stelle  $x_0 = 0$ . [15]

c) Leiten Sie für  $a = 2$  und  $b = 1$  aus der Rekursionsformel eine Lösung der Differentialgleichung her, die aus elementaren Funktionen besteht (also ohne Reihenentwicklung auskommt). [10]

BITTE WENDEN

### 3 Multiple Choice Fragen - Gruppe A (30 Punkte)

(2 Punkte pro Frage)

Überprüfen Sie, dass die richtige Gruppe auf dem Antwortbogen angekreuzt ist!

A       B       C       D       E       F

Separieren Sie die Differentialgleichung  $\left(y \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\right) \Phi(x, y, z) = xy\Phi(x, y, z)$ :

1) $\Phi_3'(z)/\Phi_3(z) =$	a) $z - A$	b) $-A$	c) $-Ay$	d) $-Az$	e) anders
2) $\Phi_1''(x)/\Phi_1(x) =$	a) anders	b) $By$	c) $Bx$	d) $B+x$	e) $B+z$
3) $\Phi_2'(y)/\Phi_2(y) =$	a) $Az - B$	b) anders	c) $A - B$	d) $A - By$	e) $AB - y$

Wie lautet die Fourier-transformierte Greensche Funktion  $\tilde{G}(k)$  zum Differentialoperator  $\mathcal{L}_x$ ?

4) $\mathcal{L}_x = \frac{d}{dx} - 1$	a) $\frac{1}{k-1}$	b) anders	c) $\frac{1}{-k-1}$	d) $\frac{1}{-k+1}$	e) $\frac{1}{k+1}$
5) $\frac{d^2}{dx^2} + 4\omega \frac{d}{dx} + 4\omega^2$	a) anders	b) $\frac{1}{(ik+2\omega)^2}$	c) $\frac{1}{(2ik+2\omega)^2}$	d) $\frac{1}{(2ik+\omega)^2}$	e) $\frac{1}{(ik+\omega)^2}$
6) $\left(\frac{d}{dx} + \omega\right)^n$	a) $\frac{1}{ik^n + \omega^n}$	b) $\frac{1}{(ik+\omega)^n}$	c) anders	d) $\frac{1}{ink+n\omega}$	e) $\frac{1}{(ik)^n + \omega^n}$

Welcher Hilfspfad ist harmlos und verschwindet (für das Integral in der angegebenen Form)?

7) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x+i} dx$	a) oben	b) unten	c) anders	d) keiner	e) beide
8) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{x+i} dx$	a) beide	b) keiner	c) unten	d) oben	e) anders
9) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x-i} dx$	a) beide	b) unten	c) oben	d) anders	e) keiner

Berechnen Sie das Integral:

10) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x+2i)(x-2i)} dx$	a) anders	b) $\frac{\pi}{2}$	c) $-\frac{\pi}{2}$	d) $-2\pi$	e) $2\pi$
11) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x-i)(x-2i)} dx$	a) $\frac{\pi}{3}$	b) anders	c) 0	d) $\frac{\pi}{2}$	e) $\frac{\pi}{6}$
12) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x-i} dx$	a) $\pi e$	b) $\frac{\pi}{e}$	c) anders	d) $\frac{i\pi}{e}$	e) $i\pi e$

Welche Funktion  $y(x)$  erfüllt die homogene Differentialgleichung  $\mathcal{L}_x y(x) = 0$ ?

13) $\mathcal{L}_x = \frac{d}{dx} + 1$	a) $e^x$	b) $-x$	c) anders	d) $x$	e) $e^{-x}$
14) $\mathcal{L}_x = \frac{d^2}{dx^2} + 1$	a) $e^x$	b) anders	c) $\cos x$	d) $\sqrt{x}$	e) $\frac{1}{x}$
15) $\mathcal{L}_x = \frac{d}{dx} - \frac{2}{x}$	a) $\frac{2}{x}$	b) $2x$	c) anders	d) $\frac{1}{x^2}$	e) $x^2$