

Name: \_\_\_\_\_ Tutoriumsgruppe: \_\_\_\_\_ Matr. Nr.: \_\_\_\_\_  
Anzahl der abgegebenen Blätter (inkl. Deckblatt und Multiple Choice Antwortbogen): \_\_\_\_\_

## Mathematische Methoden der Theoretischen Physik (UE, 135.044)

### 2. Test, 22. 1. 2016, 2015W

#### 1 Differentialgleichung (30 Punkte)

Gegeben sei eine Differentialgleichung

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{2}{u} \frac{\partial}{\partial u} + \frac{1-v^2}{u^2} \frac{\partial^2}{\partial v^2} - \frac{2v}{u^2} \frac{\partial}{\partial v} \right) \psi(u, v) = -2E\psi(u, v)$$

- Führen Sie den Separationsansatz der Differentialgleichung durch und schreiben Sie die getrennten Differentialgleichungen der  $u$ -Koordinate und der  $v$ -Koordinate an.
- Transformieren Sie die Differentialgleichung der  $u$ -Koordinate in die Sturm-Liouville'sche Gestalt  $\left( \frac{d}{du} \left[ p(u) \frac{d}{du} \right] + q(u) \right) y(u) = 0$

#### 2 Greensche Funktion (40 Punkte)

Gegeben sei eine Differentialgleichung

$$\mathcal{L}_t y(t) = \left( \frac{d^2}{dt^2} + 3 \frac{d}{dt} + 2 \right) y(t) = f(t).$$

- Finden Sie eine Greensche Funktion  $G_I(t, t')$ , die die inhomogene Differentialgleichung  $\mathcal{L}_t G_I(t, t') = \delta(t - t')$  erfüllt.
- Finden Sie die Lösung  $y(t)$  der Differentialgleichung für  $f(t) = AH(t)$  ( $A$ : Konstante,  $H(t)$ : Heavisidefunktion). Die Randbedingungen der Lösung sind durch  $y(0) = 0$  und  $y'(0) = 0$  gegeben.

---

BITTE WENDEN

### 3 Multiple Choice Fragen - Gruppe B (30 Punkte)

(3 Punkte pro Frage)

Überprüfen Sie, ob die richtige Gruppe auf dem Antwortbogen angekreuzt ist!

A       B       C       D       E       F

1)  $\frac{d}{dx} \sin |x| = ?$

- a)  $\sin |x|$       b)  $\cos |x|$       c) anders      d)  $\cos x$       e)  $\sin x$

2)  $\frac{d}{dx} (H(x)e^{-x} \sin x) = ?$  ( $H(x)$ : Heavisidefunktion)

- a)  $H(x)e^{-x} \cos x$       b) anders      c)  $H(x)e^{-x}(\cos x + \sin x)$   
d)  $H(x)e^{-x}(\cos x - \sin x)$       e)  $e^{-x}(\cos x - \sin x)$

3)  $\int_0^\infty f'(x) \sin x dx = ?$        $f(x) = \begin{cases} \sin x & (|x| \leq \pi/2) \\ 0 & (|x| > \pi/2) \end{cases}$

- a)  $-1/2$       b) 0      c)  $1/2$       d) anders      e)  $-\pi/2$

4)  $\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty H(E - x^2 - y^2) dx dy = ?$  ( $H(x)$ : Heavisidefunktion)

- a)  $\pi E$       b)  $\pi E^2$       c) anders      d)  $\pi\sqrt{E}$       e)  $\pi$

5)  $\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \delta(E - x^2 - y^2) dx dy = ?$

- a)  $\pi E^2$       b) anders      c)  $\pi$       d)  $2\pi E$       e) 0

6)  $\Gamma(5) = ?$

- a) anders      b) 6      c) 8      d) 24      e) 12

7)  $\int_{-\infty}^\infty x^4 e^{-x^2} dx = ?$

- a) anders      b)  $3\sqrt{\pi}/4$       c)  $15\sqrt{\pi}/4$       d) 0      e)  $\sqrt{\pi}/2$

8)  $\int_{-\infty}^\infty (x^2 + 2)\delta(2x) dx = ?$

- a) anders      b) 0      c) 2      d)  $-1$       e) 1

9)  $\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty |1 - xy| \delta(2x - y) \delta(x - 1) dx dy = ?$

- a)  $-1$       b) 1      c) anders      d) 0      e)  $1/2$

10)  $\int_{-\infty}^0 (10x + 1)\delta(4x^2 - 1) dx = ?$

- a)  $3/2$       b)  $-1$       c) anders      d) 0      e)  $1/2$

---

Hinweise:  $\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z)$ ,  $\Gamma(z)\Gamma(1 - z) = \pi / \sin(\pi z)$ ,  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ ,  $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$ ,