9. Tutorium **für 8.1.2016**

Die Beispiele sind in TUWEL bis Freitag, 8:00Uhr, anzukreuzen!

9.1 Multiple Choice Fragen

Transformiere die Differentialgleichung $y'' - 2xy' + 2y = 0$ in die Sturm-Liouville'sche Gestalt $\left(\frac{d}{dx}\left[p(x)\frac{d}{dx}\right] + q(x)\right) y(x) = 0$.
a) $p(x) =?$
b) $q(x) =?$

Transformiere die Differentialgleichung $xy'' + (1-x)y' + ay = 0$ in die Sturm-Liouville'sche Gestalt $\left(\frac{d}{dx}\left[p(x)\frac{d}{dx}\right] + a\rho(x)\right) y(x) = 0$ (a: Konstante).
c) $p(x) =?$
d) $\rho(x) =?$

Transformiere die Differentialgleichung $\left(\frac{d}{dx}\left[x\frac{d}{dx}\right] + \lambda x\right) y(x) = 0$ in die Liouville'sche Normalform $-w''(x) + (v(x) - \lambda)w(x) = 0$ (λ: Konstante).
e) $w(x) =?$
f) $v(x) =?$

9.2 Separationsansatz

Gegeben sei eine Differentialgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}u(x,t) - \frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) + 2\frac{\partial}{\partial x}u(x,t) - u(x,t) = 0\,.$$

a) Führe den Separationsansatz der Differentialgleichung durch und schreibe die Differentialgleichungen der x-Koordinate und der t-Koordinate an.
b) Schreibe die Differentialgleichung der x-Koordinate aus (a) in die Sturm-Liouville'sche Gestalt um.
c) Schreibe die Gleichung aus (b) in die Liouville'sche Normalform um und finde die Lösung $F(x)$ der Gleichung mit den Randbedingungen $F(0) = 0$ und $F'(0) = 1$.
d) Schreibe eine Lösung $u(x,t)$ der originalen Differentialgleichung an.

9.3 Greensche Funktion

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\mathcal{L}_t y(t) \equiv \left(\frac{d^2}{dt^2} - 2i\frac{d}{dt} - 5 \right) y(t) = f(t)$$

wobei $f(t) = H(t)e^{ik_0 t}$.
a) Finde eine Greensche Funktion $G_I(t, t')$, die die inhomogene Differentialgleichung $\mathcal{L}_t G_I(t, t') = \delta(t - t')$ erfüllt.
b) Konstruiere die Lösung $y_I(t)$ der Differentialgleichung aus der Greenschen Funktion $G_I(t, t')$ und überprüfe ob $y_I(t)$ die Randbedingungen $y_I(0) = 0$ und $y_I'(0) = 0$ erfüllt.
c) Finde eine Greensche Funktion $G_0(t, t')$, die die homogene Differentialgleichung $\mathcal{L}_t G_0(t, t') = 0$ erfüllt und löse die Differentialgleichung $\mathcal{L}_t G_0(t, t') = f(t)$ mit den Randbedingungen $y(0) = 0$ und $y'(0) = 0$.

Ankreuzbar: 1a-d, 1e-f, 2ab, 2cd, 3a, 3bc