1. Tutorium **für 11.10.2019**

Informationen zu den Übungen

- Die Beispiele sind online in TUWEL bis Freitag, 00:00Uhr, anzukreuzen! Eine spätere Änderung der Kreuze ist nicht mehr möglich.
- Die Anzahl der angekreuzten Beispiele geht in die Endnote ein. Mindestens 50% aller Beispiele müssen angekreuzt werden, aber je mehr, desto besser. Die Tafelleistung wird mit „OK“ oder „nicht vorbereitet“ bewertet. In letzterem Fall werden alle Kreuze des Tages gestrichen. Zum Bestehen der Übung ist mindestens eine positive Tafelleistung notwendig. Sieh die Übung als gute Gelegenheit, Unklarheiten bei den Beispielen zu klären. Nütze die Gelegenheit, um Fragen zu stellen!
- Es liegt in der Verantwortung des Einzelnen, sich die Beispiele zunächst alleine und ganz ohne Hilfsmittel anzuschauen. Google, Wolfram Alpha, Lösungssammlungen, etc. helfen nur kurzfristig - leider nicht beim Test!
- In dieser Übung werden mathematische Grundlagen vermittelt, die später vor allem in „Elektrodynamik“ und „Quantentheorie“ zur Anwendung kommen, aber auch in anderen Vorlesungen und Übungen nützlich sein werden. Es zahlt sich also aus, von Anfang an eifrig mitzuarbeiten! :)

1.1 Indexschreibweise

a) Gegeben seien die Matrizen $\mathbf{A} = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = (b_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{C} = (c_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Berechne unter Beachtung der Einsteinschen Summenkonvention $a_{ij}b_{jk}$.
b) Berechne mit denselben Matrizen $a_{jk}c_{ik}$.
c) Berechne mit denselben Matrizen $a_{ij}a_{kl}c_{kj}b_{li}$.
d) Schreibe in Indexschreibweise $\mathbf{A}^T\mathbf{B}\mathbf{C}^T\mathbf{D}$ (für allgemeine Matrizen $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$).
e) Schreibe in Indexschreibweise $\mathbf{D}^T\mathbf{C}\mathbf{B}^T\mathbf{A}$ (für allgemeine Matrizen $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$).

1.2 Skalarprodukt

Gegeben seien die Funktionen ($0 \le x \le L$)

$$f(x) = \sum_{k=1}^{N} a_k \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(\lambda_k x) \quad \text{und} \quad g(x) = \sum_{k=1}^{N} b_k \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(\lambda_k x) \quad \text{mit } \lambda_k = \frac{\pi k}{L}\,.$$

a) Zeige, dass die Basisfunktionen $\{(2/L)^{1/2}\sin(\lambda_1 x), (2/L)^{1/2}\sin(\lambda_2 x), \cdots, (2/L)^{1/2}\sin(\lambda_N x)\}$ orthonormal sind, d.h.

$$\frac{2}{L}\int_0^L \sin(\lambda_k x)\sin(\lambda_\ell x)dx = \delta_{k\ell}\,.$$

(Das Kronecker-Delta : $\delta_{k\ell} = 1$ wenn $k = \ell$ und 0 wenn $k \neq \ell$).
b) Berechne das Skalarprodukt

$$\langle f|g\rangle = \int_0^L f(x)g(x)dx$$

und zeige $\langle f|g\rangle = \sum_{k=1}^{N} a_k b_k$ (a_k, b_k : reelle Zahlen).

1.3 Basis

a) Welche Menge der Vektoren ist eine Basis im Raum $\mathbb{R}^2$?

i) $\{(1,1),(1,2)\}$

ii) $\{(1,-1),(-1,1)\}$

iii) $\{(1,1),(0,0)\}$

(Vektoren sind in der kartesischen Basis dargestellt.)
b) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms, das durch die 2 Basisvektoren aus a aufgespannt ist.
c) Welche Menge der Vektoren ist eine Basis im Raum $\mathbb{R}^3$?

i) $\{(2,0,1),(1,1,1),(0,2,1)\}$

ii) $\{(1,0,-1),(2,2,1),(0,1,2)\}$

iii) $\{(1,0,0),(1,2,2),(1,1,1)\}$

d) Berechne das Volmen des Parallelepipedes, das durch die 3 Basisvektoren aus c aufgespannt ist.

Ankreuzbar: 1a-c, 1de, 2a, 2b, 3ab, 3cd