

Übungsbeispiele Tutorium 8.5.2009

1. Zwei zueinander senkrecht stehende geerdete Leiterhalbebenen (Ebene 1 : xz-Ebene mit $x > 0$ und Ebene 2 : yz-Ebene mit $y > 0$) werden in das Feld einer Punktladung q gebracht, welche sich am Ort $\vec{r}_0 = (a, b, 0)$ befindet ($a > 0, b > 0$).
 - a) Schreiben Sie die Differentialgleichung für das Potential $\Phi(\vec{r})$ im Raumgebiet $G : x > 0, y > 0, z \in (-\infty, \infty)$ sowie die zugehörigen Randbedingungen an.
 - b) Berechnen Sie mit Hilfe der Spiegelladungsmethode das Potential $\Phi(\vec{r})$ und das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ im Raumgebiet G .
 - c) Berechnen Sie die auf der Leiterhalbebene ε_1 induzierte Flächenladungsverteilung σ_1 und die zugehörige Gesamtladung q_1 . Berechnen Sie ebenso σ_2 und q_2 für die Leiterhalbebene ε_2 und geben Sie die Gesamtladung $q_1 + q_2$ an.
 - d) Berechnen Sie die Kraft, welche auf die Punktladung q wirkt. Zeigt die Kraft in Richtung Ursprung?
2. Zeigen Sie mit Hilfe der Formel von Rodrigues:

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l$$

:

a)

$$(2n + 1)P_n(x) = \frac{d}{dx} P_{n+1}(x) - \frac{d}{dx} P_{n-1}(x)$$

b)

$$P_{2n}(0) = \frac{(-1)^n}{2^{2n}} \binom{2n}{n}$$

.

3. Zwei parallele leitende Halbebenen ($z = 0, y > 0$ und $z = \pi, y > 0$) liegen auf Nullpotential. Der Raum zwischen ihnen sei durch einen Metallstreifen ($y = 0, 0 < z < \pi$) begrenzt, der auf festem Potential Φ_0 gehalten wird. Berechnen Sie das Potential in dem von den Leitern eingeschlossenen Volumen. Separieren Sie dazu die zugehörige Laplacegleichung und passen Sie die so erhaltene Lösung den gegebenen Randbedingungen an (Potential fällt für große z ab).