

## EDyn I — Tutorien Fr., 19.6.2009

1. In einem Betatron werden Elektronen (Ladung  $-e$ , Masse  $m_e$ ) in einem durch den zeitlichen Anstieg eines Magnetfeldes  $\vec{B}$  ( $\vec{B}$  parallel zur  $z$ -Achse) erzeugten elektrischen Ringfeld  $\vec{E}$  beschleunigt. Dabei ist es (zum Unterschied vom Zyklotron) möglich die Elektronen während des Beschleunigungsvorganges auf einem Kreis von festem Radius  $r_0$  (dem Sollkreis) zu halten. Zeigen Sie, dass die Wideroe Bedingung  $B(r_0) = \frac{1}{2}\bar{B}$  erfüllt werden muss, damit die Elektronen auf dem Sollkreis bleiben ( $B(r_0)$  ist das Magnetfeld am Sollkreis,  $\bar{B}$  ist der Mittelwert des Magnetfeldes auf der von der Bahn umschlossenen Fläche  $\bar{B} = \frac{1}{\pi r_0^2} \int \vec{df} \cdot \vec{B}$ ). Schreiben Sie zunächst die Bewegungsgleichungen in Zylinderkoordinaten an und verwenden Sie die zeitabhängigen Maxwellgleichungen:  $\text{rot}\vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$  und  $\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ , letztere auch in integraler Form.
2. Auf einer unendlich langen dünnen Zylinderschale (Radius  $a$ ,  $z$ -Achse = Zylinderachse) fließt ein Flächenstrom

$$\vec{K}(\varphi) = K(\varphi)\hat{e}_z, K(\varphi) = \frac{I}{\pi a} \cos^2 \frac{1}{2}\varphi.$$

Berechnen Sie den in  $z$ -Richtung fließenden Gesamtstrom. Berechnen Sie ebenfalls ausgehend von der Vektorpoissongleichung das Vektorpotential  $\vec{A}(\vec{r})$  und das Magnetfeld  $\vec{B}(\vec{r})$  im Innen- und Außenraum der Zylinderschale. Welche besondere Eigenschaft besitzt das Magnetfeld im Innenraum?

(Hinweis: Schreiben Sie  $K(\varphi)$  als Fourierreihe an)

3. Eine permanent magnetisierte Kugel mit dem Radius  $a$  besitzt die homogene Magnetisierung  $\vec{M}(\vec{r}) = M_0\hat{e}_z$ . Berechnen Sie zunächst die Magnetisierungs-Volumsstromdichte  $\vec{j}_M$  im Inneren der Kugel und die Magnetisierungs-Flächenstromdichte  $\vec{K}_M$  auf der Kugeloberfläche. Berechnen Sie unter Verwendung des magnetischen Potentials  $\Phi_M$  das von der magnetisierten Kugel verursachte  $\vec{B}$ -Feld im gesamten Raum, sowie das zugehörige  $\vec{H}$ -Feld.