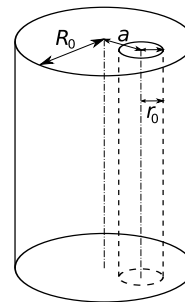


2.1 Zylinder mit exzentrischer Längsbohrung

a) Gegeben sei ein unendlich langer Zylinder mit Radius R_0 mit homogener Raumladungsdichte ρ_0 . Berechne das elektrostatische Potential $\phi(\vec{r})$ und das davon abgeleitete elektrostatische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ im Inneren und Äußeren des Zylinders durch Lösen der Poisson-Gleichung¹ $\Delta\phi(\vec{r}) = -4\pi\rho(\vec{r})$. Das Potential kann hierbei so gewählt werden, dass es entlang der Zylinderachse endlich ist. Weitere Integrationskonstanten sind geeignet zu wählen, dass das Resultat *jeder* Integration im gesamten Raum stetig ist.



b) In diesen unendlich langen Zylinder wird nun ein unendlich langes achsenparalleles aber exzentrisches Loch mit Radius r_0 gebohrt (siehe nebenstehende Skizze). Der Abstand der Achse des Zylinders zur Achse der Bohrung sei a , wobei $a+r_0 < R_0$ gelte (d.h., die Bohrung befindet sich zur Gänze innerhalb des Zylinders). Berechne für den (ladungsfreien) Innenraum der Bohrung das elektrostatische Potential und das elektrostatische Feld.

2.2 Definition des Ampere

a) Leite die in der Vorlesung angegebene Formel zur Berechnung der Kraft zwischen zwei unendlich langen parallelen geradlinigen vernachlässigbar dünnen Drähten, die für die Definition des Ampere verwendet wird, her:

$$\frac{F}{l} = k_3 k_4 \frac{2I_1 I_2}{d} \quad \text{Hinweis : } \int (s^2 + t^2)^{-3/2} dt = \frac{t}{s^2 \sqrt{s^2 + t^2}}$$

b) Aufgrund der offensichtlichen praktischen Probleme bei der Umsetzung dieser Experimentalanordnung wird angedacht, die Definition des Ampere im SI System, die es seit 1948 gibt, durch eine alternative Definition zu ersetzen, was bereits 2011 auf der 24. Generalkonferenz für Maß und Gewicht geschehen könnte. Die neue vorgeschlagene Definition würde lauten:

The ampere is the electric current in the direction of the flow of exactly $1/(1.602\,176\,53 \times 10^{-19})$ elementary charges per second.

¹ Δ und $\vec{\nabla}$ in Zylinderkoordinaten finden sich beispielsweise in Anhang A des Vorlesungsskriptums von Prof. Nowotny.

Wenn gleichzeitig auch die Definition des Kilogramms (im Moment noch über das „Urkilogramm“ definiert) geändert würde, um das plancksche Wirkungsquantum h ebenfalls exakt festzulegen, würde sich dadurch die magnetische Feldkonstante μ_0 gegenüber dem derzeit definierten Wert ändern²?

2.3 Kraft- und Bewegungsgleichungen

a) Gegeben sei ein Elektron mit Masse m_e und Ladung $q = -e$ mit anfänglicher Stromverteilung $\vec{j}_e(\vec{r}, 0) = -e\vec{v}_e(0)\delta^3(\vec{r})$, wobei $\vec{v}_e(0) = (0, v_{e,y}, v_{e,z})$ mit $v_{e,y} > 0$, das sich in einem konstanten Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r}, t) = B\vec{e}_z$ mit $B > 0$ und konstantem elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r}, t) = E\vec{e}_z$ befindet. Berechne ausgehend von der zeitabhängigen Ladungs- und Stromverteilung die entsprechende Lorentzkraftdichte $\vec{f}(\vec{r}, t)$ und die dazugehörigen Bewegungsgleichungen im nicht-relativistischen Fall.

b) Löse die Bewegungsgleichungen. Hierzu kann ein Ansatz der Art $\vec{r}_e(t) = \vec{a} + \vec{b}t + \vec{c}t^2 + r\vec{e}_x \cos \omega t + r\vec{e}_y \sin \omega t$ verwendet werden. Bestimme \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , r , und ω , sodass die Bewegungsgleichungen für alle Zeiten t , und insbesondere die Anfangsbedingungen für $t = 0$ erfüllt sind.

c) Zur selben Zeit $t = 0$ startet auch ein Proton mit Masse m_p und Ladung $q = +e$ vom selben Ort. Mit welcher Geschwindigkeit $\vec{v}_p(0) = (0, v_{p,y}, v_{p,z})$ mit $v_{p,y} < 0$ muss dieses starten, um später mit dem Elektron zu kollidieren? Nach welcher Zeit t kollidieren diese? (Die Wechselwirkung zwischen Elektron und Proton sowie elektromagnetische Abstrahlungen sind in dieser Aufgabe zu vernachlässigen). Ist diese Lösung eindeutig?

d) Im Large Hadron Collider (LHC) werden Protonen demnächst auf Energien von 3.5 TeV beschleunigt. Welche magnetische Feldstärke (in Gauss und Tesla) wäre in einer naiven nicht-relativistischen Abschätzung notwendig, um das mit nahezu Lichtgeschwindigkeit fliegende Teilchen auf einer Bahn mit 27 km Umfang zu halten? (Für diese Abschätzung kann in der Kreisfrequenz $\omega = qB/m$ die Masse einfach durch $m \rightarrow E/c^2$ ersetzt werden).

e) Die Protonen werden in 2808 „bunches“ zu je $1,15 \times 10^{11}$ Teilchen in der Röhre gehalten. Wieviele Protonen fliegen in der Sekunde an einem bestimmten Ort vorbei? Welchem elektrischen Strom (in statampere und Ampere) entspricht das? Würde bei entsprechendem Strom zuhause die Sicherung durchbrennen?

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2ab, 3abc, 3de

²Die Feinstrukturkonstante $\alpha = e^2/(2c_0\epsilon_0 h) \approx 1/137$ ist eine dimensionslose physikalische Konstante, die nur experimentell bestimmt werden kann.