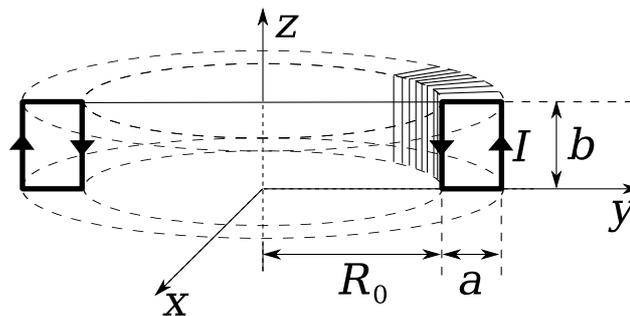


7.1 Toroidale Spule mit rechteckigem Querschnitt

Eine sehr fein und gleichmäßig gewickelte Spule mit N Windungen sei um einen in sich ringförmig geschlossenen Spulenkörper gewickelt. Dieser Spulenkörper ergebe sich durch Rotation eines Rechtecks mit Seitenlängen a und b um die z -Achse mit Innenabstand R_0 (siehe Skizze). Durch die Spule werde ein Strom I geschickt. Welches Magnetfeld ergibt sich im Inneren und Äußeren dieser Spule? Berechne außerdem den magnetischen Fluss durch die Spule und ihre Selbstinduktion. Hat für $b > a$ die gegebene Spule die größere Selbstinduktion, oder die Spule mit a und b vertauscht (sonstige Parameter gleich)?



Hinweis: Man könnte die Selbstinduktion wie im Plenum vorgeführt berechnen, allerdings geht es auch einfacher: Überzeuge dich zunächst, dass das Magnetfeld von der Form $\vec{B}(x, y, z) = B(r, z)\vec{e}_\varphi$ ist (mit r, φ, z Zylinderkoordinaten), und wende dann die Integralform des Oerstedtschen Gesetzes über eine geeignete Fläche an, um das Magnetfeld im Innen- und Außenraum zu berechnen.

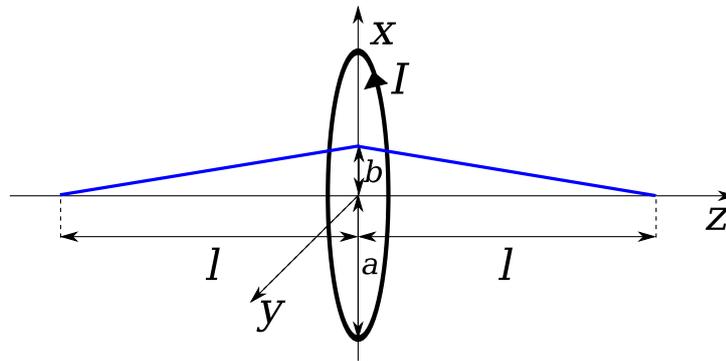
7.2 Magnetische Elektronenlinse

Eine einfache Elektronenlinse bestehe aus einem kreisförmigen Leiter mit Radius a durch den ein Strom der Stärke I fließe (der Leiter liege in der xy -Ebene, das Zentrum liege im Ursprung, siehe Skizze).

a) Zeige mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes, dass das Magnetfeld in der Nähe der z -Achse (also für $x^2 + y^2 \ll a^2$) in folgender Weise approximiert werden kann:

$$\vec{B}(x, y, z) \approx \frac{2\pi}{c} \frac{Ia^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \vec{e}_z$$

b) Wie groß muss der Strom I gewählt werden, damit ein Elektron mit Ladung $q = -e$, Masse m und Geschwindigkeitskomponente v_z nach Durchfliegen der Linse wie in der Abbildung dargestellt die Richtung der Transversalkomponente umkehrt (für $l \gg a \gg b$)?



Anleitung: Löse die Bewegungsgleichung mit Hilfe folgenden Ansatzes für die Geschwindigkeit des Elektrons: $\vec{v}(t) = (v_{\perp}(t) \cos \varphi(t), v_{\perp}(t) \sin \varphi(t), v_z(t))$, und zeige, dass die Transversalkomponente v_{\perp} und die Longitudinalkomponente v_z ihren Betrag nicht ändern. Zeige, dass dann die Winkeländerung beim Durchtritt durch die Linse $\Delta\varphi = -4\pi Iq/(mc^2 v_z)$ beträgt. Vergewissere dich schließlich durch eine grobe Abschätzung, dass der Umkehrradius in der Transversalebene viel kleiner als b ist, für $l \gg a \gg b$. Der Interaktionsbereich kann hierfür einfach von der Größenordnung $\sim a$ angenommen werden.

7.3 Verzögerungsplatte

Eine in z -Richtung propagierende ebene Welle trifft senkrecht auf eine Verzögerungsplatte, die in x - und y -Richtung verschiedene Brechungsindizes n_x und n_y aufweist. Welche Dicke d muss die Verzögerungsplatte haben, damit linear polarisiertes Licht mit Polarisationsrichtung um $+45^\circ$ gegenüber der x -Achse geneigt (also eine Superposition phasengleicher, gleich starker, in x - und y -Richtung linear polarisierter Wellen) als zirkular polarisiertes Licht austritt¹? Wie ist das austretende Licht polarisiert, wenn eine doppelt so dicke Verzögerungsplatte verwendet wird?

7.4 Zusatzaufgabe: Häufige Fehler beim 1. Test

Korrigiere folgende Fehler, die häufig beim Rechen teil des 1. Tests vorkamen:

¹Solche Verzögerungsplatten werden beispielsweise beim RealD Verfahren im 3D Kino eingesetzt (siehe deutsche Wikipedia-Artikel für „RealD“ und „Verzögerungsplatte“).

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -d \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 0 \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x dz \\ y dz \\ y dy \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+y^2+(z-z')^2)^{3/2}} dz' = \left| \begin{array}{l} z - z' = t \\ dt = -dz' \end{array} \right| = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+y^2+t^2)^{3/2}} dt$$

$$\text{e) } \text{Zylinderkoordinaten: } \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{e}_\varphi = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

f) Ladung: $+q$. Influenzierte Gesamtladung für $a \gg b$: $+q$.

g) Linienintegral um ein Rechteck für eine Funktion $f : \int_{y=r}^{r+a} \int_{z=0}^b f(0, y, z) dz dy$

h) Linienintegral von $(0, r+a, b)$ bis $(0, r+a, 0)$ für $f : \int_b^0 f(0, r+a, z)(-dz)$

i) Linienintegral von $(0, r, b)$ bis $(0, r+a, b)$ für $f : \int_r^{r+a} f(0, r+y, b) dy$

$$\text{j) } \int d\vec{r} \times \vec{B} \text{ von } (0, r, 0) \text{ bis } (0, r, a) \text{ integriert: } \int_0^a \begin{pmatrix} 0 \\ r \\ z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} dz$$

k) Abstand zum Punkt $(a, b, 0)$: $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$.

Ankreuzbar: 1, 2a, 2b, 3,4a-k