

## EDyn I — Tutorien Fr., 25. 3. 2011

- Zeichnen Sie folgende Vektorfelder in der x-y Ebene an den Schnittpunkten von  $x = 1, 2, 3$  und  $y = 1, 2, 3$  (also insgesamt 9 Vektoren):  
 $\vec{B} = (1 - y/2, x/2 - 1, 0)$  und  $\vec{E} = (x/2 - 1, y/2 - 1, 0)$   
und berechnen Sie die Rotation und Divergenz für beide Felder.  
Schreiben Sie das wirbelfreie Feld als Gradient eines Skalarfeldes  $\phi(x, y, z)$ .  
Ist  $\phi$  eindeutig gegeben? Wie schaut die allgemeine Lösung aus?
  - Schreiben Sie das divergenzfreie Feld als Rotation eines Vektorfeldes  $\vec{A}$ . Suchen Sie eine Lösung  $\vec{A}_1 = (0, 0, ?)$  bei der die x- und y-Komponenten verschwinden. Suchen Sie eine weitere Lösung  $\vec{A}_2 = (?, ?, 0)$  bei der die z-Komponente verschwindet. Wie lautet die Rotation der Differenz der beiden Lösungen  $\text{rot}(\vec{A}_1 - \vec{A}_2)$ ? Wie könnte man eine allgemeine Lösung für  $\vec{A}$  anschreiben?
- Ein Modell für das elektrostatische Potential eines Atoms, welches vom Atomkern (Ladung  $+Ze$ ) und den Elektronen herrührt, wird durch das sogenannte "abgeschirmte Coulomb-Potential" beschrieben:

$$V(\vec{x}) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^{-r/a}}{r},$$

wobei  $r = |\vec{x}|$  und  $a$  einen konstanten effektiven Atomradius darstellen soll.

- Bestimmen Sie die Ladungsdichte  $\rho(\vec{x})$   
(Hinweis: Beachten Sie, dass  $V(\vec{x})$  wie  $\frac{1}{r}$  für  $r \rightarrow 0$  divergiert, was einer Punktladung im Ursprung entspricht. Spalten Sie daher diese Singularität ab, bevor Sie den Raumladunganteil der Elektronen berechnen).
  - Berechnen Sie die Gesamtladung  $Q(r)$  innerhalb einer Kugel vom Radius  $r$ . Wie sieht  $\lim_{r \rightarrow \infty} Q(r)$  aus?
- Berechnen Sie das elektrostatische Potential  $\phi(\vec{x})$  und das zugehörige elektrostatische Feld  $\vec{E}(\vec{x})$  für einen unendlich langen, homogen geladenen Zylinder (Radius  $R$ ), dessen Ladungsdichte durch  $\rho_0 = \text{konstant}$  gegeben ist, mit Hilfe
    - des Gaußschen Gesetzes,
    - über die Poissongleichung.Setzen Sie das Potential an der Mantelfläche des Zylinders gleich null.  
Ankreuzbar 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b