2. Tutorium **für 23.03.2012**

2.1 Kugel- und Zylinderkoordinaten

Berechne $\operatorname{div}\vec{r}$, $\operatorname{div}\hat{e}_r$, $\operatorname{grad}\operatorname{div}\hat{e}_r$ und $\operatorname{rot}\vec{r}$ mit dem Ortsvektor $\vec{r}$
a) in kartesischen Koordinaten ($\hat{e}_r = \vec{r}/r$),
b) in Kugelkoordinaten,
c) in Zylinderkoordinaten (mit $\vec{r} = (R\cos\varphi, R\sin\varphi, z)$, $r = \sqrt{R^2 + z^2}$).

2.2 Definition des Ampere

a) Leite die in der Vorlesung angegebene Formel zur Berechnung der Kraft zwischen zwei unendlich langen parallelen geradlinigen vernachlässigbar dünnen Drähten, die für die Definition des Ampere verwendet wird, her:

$$\frac{F}{l} = k_3 k_4 \frac{2 I_1 I_2}{d} \qquad \text{Hinweis}: \int \left(s^2 + t^2\right)^{-3/2} \mathrm{d}t = \frac{t}{s^2\sqrt{s^2 + t^2}}$$

*) Aufgrund der offensichtlichen praktischen Probleme bei der Umsetzung dieser Experimentalanordnung wird angedacht, die Definition des Ampere im SI System, die es seit 1948 gibt, durch eine alternative Definition zu ersetzen, was 2012 auf der 25. Generalkonferenz für Maß und Gewicht als Vorschlag eingebracht werden könnte. Die neue vorgeschlagene Definition würde lauten:

> The ampere is the electric current in the direction of the flow of exactly $1/(1.602\ 176\ 53 \times 10^{-19})$ elementary charges per second.

Wenn gleichzeitig auch die Definition des Kilogramms (im Moment noch über das „Urkilogramm“ definiert) geändert würde, um das plancksche Wirkungsquantum h ebenfalls exakt festzulegen, würde sich dadurch die magnetische Feldkonstante μ_0 gegenüber dem derzeit definierten Wert ändern[1]?

[1] Die Feinstrukturkonstante $\alpha = e^2/(2c_0\varepsilon_0 h) \approx 1/137$ ist eine dimensionslose physikalische Konstante, die nur experimentell bestimmt werden kann.

2.3 Punktladung

Eine Punktladung mit Ladung q befindet sich an der Stelle $x = y = 0$, $z = a > 0$.
a) Schreibe die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}) = \rho(x, y, z)$ mit Hilfe von δ-Funktionen an, und bestimme das Potential

$$\phi(\vec{r}) = k_1 \int d^3r' \frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$$

und das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}) = -\operatorname{grad} \phi(\vec{r})$ in kartesischen Koordinaten.
b) Berechne Rotation und Divergenz des elektrischen Feldes. Erhält man aus der Divergenz wieder die ursprüngliche Ladungsverteilung? (Hinweis: In der Nähe der Punktladung soll der gaußsche Integralsatz angewendet werden.)
c) Gib das Potential $\phi = \phi(r, \theta, \varphi)$ in Kugelkoordinaten an (die üblichen Kugelkoordinaten um den Ursprung) und berechne das davon abgeleitete elektrische Feld $\vec{E} = E_r \vec{e}_r + E_\theta \vec{e}_\theta + E_\phi \vec{e}_\varphi$ unter Verwendung des Gradienten in Kugelkoordinaten. Überprüfe das Ergebnis mit dem Ausdruck für $\vec{E}(\vec{r})$ in kartesischen Koordinaten.

Ankreuzbar: 1abc, 2a, 3a, 3b, 3c