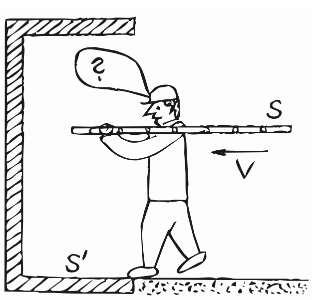
10. Tutorium **für 15.06.2012**

10.1 Kontrahierte Leiter



Ein Meister läuft mit Geschwindigkeit $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$ ($\gamma = 2$) mit einer L_0 =2 m langen Leiter (Ruhelänge) horizontal auf der Schulter in einen Abstellraum der (Ruhe-)länge l_0 =1 m mit massiven Wänden, sein dort wartender Geselle soll hinter ihm die Türe schließen. Der Geselle sieht die lorentzkontrahierte Leiter von 1 m Länge, und ruft dem Meister zu, dass sich das locker ausgeht. Der Meister sieht den lorentzverkürzten Abstellraum von 1/2 m Länge, und bezweifelt das allerdings.

a) Betrachte den Vorgang zunächst vom Ruhesystem S' des Abstellraumes und dann vom Ruhesystem S des Meisters aus. Wie löst sich das vermeintliche „Paradoxon“ auf?

b) Zeige, dass der „Trick“ sogar für noch kürzere Abstellräume klappt, wenn nur $l_0 \geq l_{0,\text{min}}$. Wie groß ist $l_{0,\text{min}}$? Was sieht der Geselle in diesem Fall?

c) Zeichne entsprechende Minkowskidiagramme und trage l_{min} bzw. $l_{0,\text{min}}$ ein.

Hinweis: Ein absolut starrer Körper ist nach der Relativitätstheorie nicht möglich, die Signalgeschwindigkeit physikalischer Wirkungen ist c.

10.2 Vorbeiflug eines Teilchens an einem Stab

Ein Stab mit Ruhelänge L_0 bewegt sich mit der Geschwindigkeit v relativ zu einem Intertialsystem S parallel zu sich selbst. Ein Teilchen bewegt sich relativ zu S mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit auf den Stab zu.

a) Wieviel Zeit benötigt das Teilchen in S zum Passieren des Stabes?

b) Wieviel Zeit benötigt das Teilchen im Ruhesystem S' des Stabes um diesen zu passieren?

c) Zeichne das entsprechende Minkowski-Diagramm mit den Weltlinien des Stabes und des Teilchens und den Koordinatenachsen von S und S'.

10.3 Vierervektoren

Gegeben seien Lorentztransformation in x-Richtung $\Lambda^\mu{}_\nu(\beta)$ (siehe Vorlesungsfolien), in z-Richtung $\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta)$, und eine Drehung $D^\mu{}_\nu(\alpha)$ um die y-Achse:

$$(\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta)) = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}, \quad (D^\mu{}_\nu(\alpha)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix},$$

sowie ein Vierervektor $x^\mu = (ct, x, y, z)$.
a) Zeige: Ist x^μ raumartig (lichtartig, zeitartig), so ist auch $s^\mu := \Lambda'^\mu{}_\nu(\beta)x^\nu$ raumartig (lichtartig, zeitartig).
b) Zeige, dass sich die Lorentztransformation entlang der z-Achse schreiben lässt als $\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta) = D^\mu{}_\nu(\alpha')\Lambda^\nu{}_\tau(\beta)D^\tau{}_\sigma(\alpha)$. Wie müssen dabei die Winkel α und α' gewählt werden?

Ankreuzbar: 1a, 1bc, 2abc, 3a, 3b